RACIOCÍNIO LÓGICO

CAPÍTULO 1

DIAGRAMAS LÓGICOS

DIAGRAMAS LÓGICOS

O uso de diagramas para representar as proposições é de extrema importância, pois ajudam a visualizar todas as proposições de um enunciado de forma conjunta. Os diagramas lógicos nada mais são do que a representação de proposições utilizando o diagrama de Venn-Euler, que são círculos utilizados para representar os conjuntos, no nosso caso, as proposições.

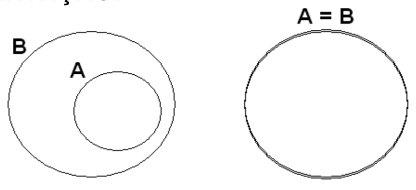
Os diagramas lógicos são mais utilizados nas questões de lógica que envolvem as palavras todo, algum e nenhum, chamados de *quantificadores*. As proposições que envolvem tais termos são:

Todo A é B
Nenhum A é B
Algum A é B
Algum A não é B

TODO A é B

As proposições do tipo **Todo A é B** afirmam que o conjunto A é um subconjunto do conjunto B. Ou seja: o conjunto A está contido em B.

REPRESENTAÇÃO:



EXEMPLOS:
Todos os políticos são honestos.
Todo cearense é nordestino.
Todos os jogadores estão cansados.

ATENÇÃO: dizer que Todo A é B não significa necessariamente que Todo B é A.

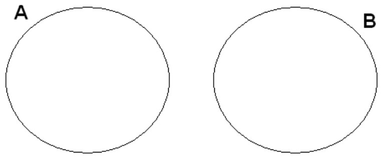
- **NEGAÇÃO:**

A: Todos os políticos são honestos.
~A: Existe pelo menos um político que não é honesto.

NENHUM A é B

As proposições da forma **Nenhum A é B** querem dizer que os conjuntos A e B são *disjuntos*, isto é, não tem elementos em comum.

REPRESENTAÇÃO:



EXEMPLOS:
Nenhum político é honesto.
Nenhum cearense gosta de forró.
Nenhum aluno foi reprovado.

ATENÇÃO: dizer que Nenhum A é B é logicamente equivalente a dizer que Nenhum B é A.

- **NEGAÇÃO:**

B: Nenhum político é honesto.
~B: Existe pelo menos um político honesto.

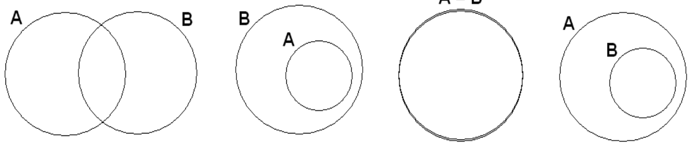
ALGUM A é B

Na Lógica, proposições da forma **Algum A é B** estabelecem que o conjunto A tem pelo menos um elemento em comum com o conjunto B. Contudo, devemos nos atentar para o seguinte: quando afirmamos que "alguns pássaros voam", está perfeitamente correto mesmo que todos eles voem.

Dizer que Algum A é B é logicamente equivalente a dizer que Algum B é A. São também equivalentes a esta, as seguintes proposições:

Algum A é B = Pelo menos um A é B = Existe um A que é B

REPRESENTAÇÃO:
Suas representações possíveis são:



EXEMPLOS:
Algum político é honesto.
Pelo menos um restaurante é bom.
Existem alunos que foram aprovados.

ATENÇÃO: Qualquer uma das quatro representações está correta, porém a que deverá ser utilizada na resolução das questões que contém esta proposição (algum A é B), para que não haja confusão, será a primeira.

- **NEGAÇÃO:**

C: Algum político é honesto.
~C: Nenhum político é honesto.

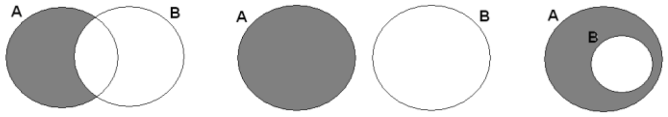
ALGUM A não é B

Proposições da forma **Algum A não é B** estabelecem que o conjunto A tem pelo menos um elemento que não pertence ao conjunto B. Temos as seguintes equivalências:

Algum A não é B = Algum A é não B = Algum não B é A = Existe A que não é B.

ATENÇÃO: "Algum A não é B" não é equivalente a "Algum B não é A".

REPRESENTAÇÃO:
Para esta proposição (algum A é B), teremos três representações possíveis:



EXEMPLOS:
Algum político não é honesto.
Algumas aves não voam.
Existem alunos que não foram aprovados.

- **NEGAÇÃO:**

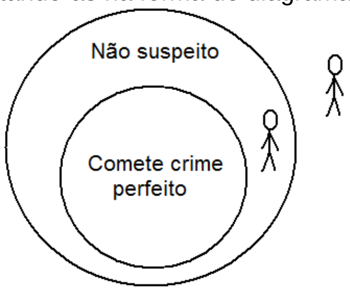
D: Algum político não é honesto.
~D: Todos os políticos são honestos.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. (CESPE) É válido o seguinte argumento: Se Ana cometeu um crime perfeito, então Ana não é suspeita, mas (e) Ana não cometeu um crime perfeito, então Ana é suspeita.

SOLUÇÃO:
Sabemos que, se negarmos a segunda proposição de uma condicional devemos negar a primeira. Porém, se negarmos a primeira proposição de uma condicional, nada podemos afirmar em relação à segunda. Pelo exemplo do enunciado temos:
Premissas:
Se Ana cometeu um crime perfeito, então Ana não é suspeita.
Ana não cometeu um crime perfeito.

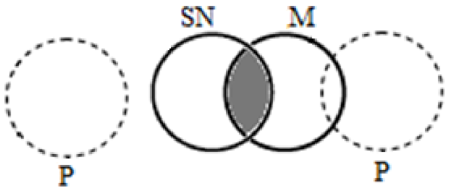
Representando-as na forma de diagramas obtemos:



Se Ana não cometeu um crime perfeito, não podemos afirmar se ela é suspeita ou não. Logo, o argumento é inválido
Resposta: Item Errado

02. Sabendo que é verdade que "Alguns marinheiros sabem nadar" e que "nenhum piloto sabe nadar" então é necessariamente verdade que:
a) Alguns marinheiros não são pilotos.
b) Alguns marinheiros são pilotos.
c) Nenhum marinheiro é piloto.
d) Todos os pilotos são marinheiros.
e) Todos os marinheiros são pilotos.

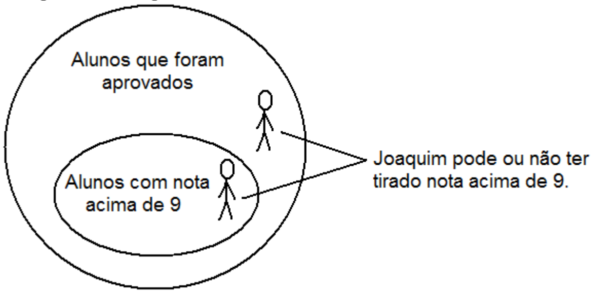
SOLUÇÃO:
Representando as proposições do enunciado na forma de conjuntos teremos:



Onde:
M = marinheiros; P = pilotos; SN = sabem nadar
Temos duas possibilidades para o conjunto P porque o enunciado não fala se existem pilotos que também são marinheiros. Porém, podemos afirmar com certeza que existem marinheiros que não são pilotos (parte cinza).
Resposta: Alternativa A

03. (CESPE) Considere que são V as seguintes proposições: "todos os candidatos que obtiveram nota acima de 9 na prova de Língua Portuguesa foram aprovados no concurso" e "Joaquim foi aprovado no concurso". Então a proposição "Joaquim teve nota acima de 9 na prova de Língua Portuguesa" é também V, podendo-se concluir que essas proposições constituem um argumento válido.

SOLUÇÃO:
Tomando as proposições "todos os candidatos que obtiveram nota acima de 9 na prova de Língua Portuguesa foram aprovados no concurso" e "Joaquim foi aprovado no concurso"e representando-as na forma de diagramas lógicos:

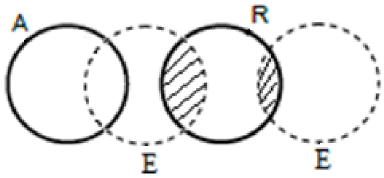


Com isso, não podemos afirmar, com certeza, se a proposição "Joaquim teve nota acima de 9 na prova de Língua Portuguesa" é V ou F. Por isso, o argumento é inválido.
Resposta: Item Errado

04. Supondo que "Nenhum advogado foi reprovado no provão do MEC" e que "Alguns economistas foram reprovados", podemos logicamente concluir que:
a) não pode haver advogado economista.

b) algum advogado é economista.
c) nenhum advogado é economista.
d) todos os advogados são economistas.
e) alguns economistas não são advogados.

SOLUÇÃO:
Representando as proposições do enunciado na forma de conjuntos teremos:

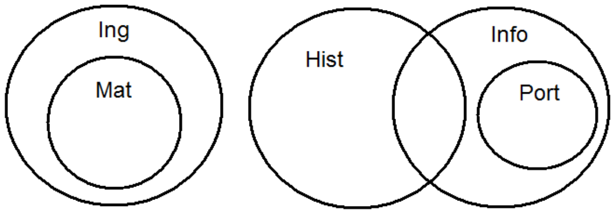


Onde:
A = advogados; E = economistas; R = reprovados no provão
O conjunto E pode ser representado de duas formas possíveis porque o enunciado não fala se existem economistas que são advogados. Porém, podemos afirmar com certeza que existem economistas que não são advogados (parte hachurada). Portanto a resposta correta é a opção E.
Resposta: Alternativa E

05. (ESAF) Todos os alunos de matemática são, também, alunos de inglês, mas nenhum aluno de inglês é aluno de história. Todos os alunos de português são também alunos de informática, e alguns alunos de informática são também alunos de história. Como nenhum aluno de informática é aluno de inglês, e como nenhum aluno de português é aluno de história, então:
a) pelo menos um aluno de português é aluno de inglês.
b) pelo menos um aluno de matemática é aluno de história.
c) nenhum aluno de português é aluno de matemática.
d) todos os alunos de informática são alunos de matemática.
e) todos os alunos de informática são alunos de português.

SOLUÇÃO:
Temos, do enunciado, as seguintes proposições:
1. Todos os alunos de matemática são, também, alunos de inglês
2. Nenhum aluno de inglês é aluno de história
3. Todos os alunos de português são também alunos de informática
4. Alguns alunos de informática são também alunos de história
5. Nenhum aluno de informática é aluno de inglês
6. Nenhum aluno de português é aluno de história

Agora iremos representar cada proposição utilizando os diagramas lógicos. Como não há uma ordem a ser seguida, podemos começar com qualquer uma das proposições até que façamos a representação de todas elas. Após desenharmos os diagramas para cada proposição, chegamos ao seguinte resultado:



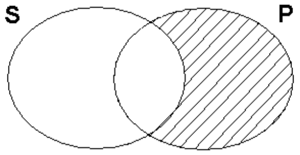
Analisando as alternativas e as comparando com o desenho acima, vemos claramente que o item correto é item **C**.

Resposta: alternativa C.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (ESAF) Sabe-se que existe pelo menos um A que é B. Sabe-se, também, que todo B é C. Segue-se, portanto, necessariamente que:
a) todo C é B
b) todo C é A
c) nada que não seja C é A
d) algum A é C
e) algum A não é C

02. (ESAF) Os dois círculos abaixo representam, respectivamente, o conjunto S dos amigos de Sara e o conjunto P dos amigos de Paula.



Sabendo que a parte sombreada do diagrama não possui elemento algum, então:
a) Algum amigo de Paula não é amigo de Sara.
b) Todo amigo de Sara é também amigo de Paula.
c) Todo amigo de Paula é também amigo de Sara.
d) Nenhum amigo de Sara é amigo de Paula.
e) Nenhum amigo de Paula é amigo de Sara.

03. (FCC) São dadas as afirmações:
– Toda cobra é um réptil.
– Existem répteis venenosos.
Se as duas afirmações são verdadeiras, então, com certeza, também é verdade que
a) toda cobra é venenosa.
b) algum réptil venenoso é uma cobra.
c) qualquer réptil é uma cobra.
d) Se existe um réptil venenoso, então ele é uma cobra.
e) Se existe uma cobra venenosa, então ela é um réptil.

04. (CESGRANRIO) A negação de "todos os números inteiros são positivos" é:
a) nenhum número inteiro é positivo.
b) nenhum número inteiro é negativo.
c) todos os números inteiros são negativos.
d) alguns números positivos não são inteiros.
e) alguns números inteiros não são positivos.

05. (ESAF) Pedro após visitar uma aldeia distante, afirmou:" Não é verdade que todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta". A condição necessária e suficiente para que a afirmação de Pedro seja verdadeira é que seja verdadeira a seguinte proposição:
a) No máximo um aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.
b) Todos os aldeões daquela aldeia dormem a sesta.
c) Pelo menos um aldeão daquela aldeia dorme a sesta.
d) Nenhum aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.
e) Nenhum aldeão daquela aldeia dorme a sesta.

06. (FCC) Sejam as afirmações:
– "Todo policial é forte."

– “Existem policiais altos.”
Considerando que as duas afirmações são verdadeiras, então, com certeza, é correto afirmar que:
a) Todo policial alto não é forte.
b) Todo policial forte é alto.
c) Existem policiais baixos e fracos.
d) Algum policial alto não é forte.
e) Algum policial forte é alto.

07. (FGV) Um eminente antropólogo, afirmou que TODOS OS AFANEUS SÃO ZARAGÓS, e que TODOS OS ZARAGÓS SÃO CHUMPITAZES. Com base nestas afirmações, podemos concluir que:
a) É possível existir um Afaneu que não seja Zaragó.
b) É possível existir um Afaneu que não seja Chumpitaz.
c) É possível existir um Zaragó que não seja Afaneu.
d) Nada se pode concluir sem saber o que significa Afaneu, Zaragó e Chumpitaz.

08. Em uma comunidade, todo trabalhador é responsável. Todo artista, se não for filósofo, ou é trabalhador ou é poeta. Ora, não há filósofo e não há poeta que não seja responsável. Portanto, tem-se que, necessariamente,
a) todo responsável é artista.
b) todo responsável é filósofo ou poeta.
c) todo artista é responsável.
d) algum filósofo é poeta.
e) algum trabalhador é filósofo.

09. (ESAF) Em um grupo de amigas, todas as meninas loiras são, também, altas e magras, mas nenhuma menina alta e magra tem olhos azuis. Todas as meninas alegres possuem cabelos crespos, e algumas meninas de cabelos crespos têm também olhos azuis. Como nenhuma menina de cabelos crespos é alta e magra, e como neste grupo de amigas não existe nenhuma menina que tenha cabelos crespos, olhos azuis e seja alegre, então:
a) pelo menos uma menina alegre tem olhos azuis.
b) pelo menos uma menina loira tem olhos azuis.
c) todas as meninas que possuem cabelos crespos são loiras.
d) todas as meninas de cabelos crespos são alegres.
e) nenhuma menina alegre é loira.

10. (CESGRANRIO) Se todo Y é Z e existem X que são Y, pode-se concluir que:
a) existem X que são Z.
b) todo X é Z.
c) todo X é Y.
d) todo Y é X.
e) todo Z é Y.

11. Em uma pequena comunidade, sabe-se que “nenhum filósofo é rico” e que “alguns professores são ricos”. Assim, pode-se afirmar, corretamente, que nesta comunidade:
a) alguns filósofos são professores.
b) alguns professores são filósofos.
c) nenhum filósofo é professor.
d) alguns professores não são filósofos.
e) nenhum professor é filósofo.

12. (CESGRANRIO) Suponha que todos os professores sejam poliglotas e todos os poliglotas sejam religiosos. Pode-se concluir que, se:
a) João é religioso, João é poliglota.
b) Pedro é poliglota, Pedro é professor.
c) Joaquim é religioso, Joaquim é professor.
d) Antônio não é professor, Antônio não é religioso.
e) Cláudio não é religioso, Cláudio não é poliglota.

13. Se é verdade que “Alguns escritores são poetas” e que “Nenhum Músico é poeta’’, então, também e necessariamente verdade que:
a) nenhum músico é escritor.
b) algum escritor é músico.
c) algum músico é escritor.
d) algum escritor não é músico.
e) nenhum escritor é músico.

14. (FCC) Considere que as seguintes afirmações são verdadeiras:
“Toda criança gosta de passear no Metrô de São Paulo.”
“Existem crianças que são inteligentes.”
Assim sendo, certamente é verdade que:
a) Alguma criança inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
b) Alguma criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente.
c) Alguma criança não inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
d) Toda criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente.
e) Toda criança inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.

15. (FGV) Sendo R o conjunto dos países ricos, I o conjunto dos países industrializados, e o conjunto dos países exportadores de petróleo e admitindo como verdadeiras as relações $I \subset R$; $E \subset R$; $I \cap E = \varnothing$, qual das afirmações abaixo é verdadeira?
a) Todos os países não-exportadores de petróleo são pobres.
b) Todos os países não-industrializados não são ricos.
c) Os países que não são ricos não podem ser exportadores de petróleo.
d) Os países não industrializados não podem ser exportadores de petróleo.
e) Todas as afirmações acima são falsas.

16. Dizer que é verdade que “para todo x, se x é uma rã e se x é verde, então x está saltando” é logicamente equivalente a dizer que não é verdade que:
a) algumas rãs que não são verdes estão saltando;
b) algumas rãs verdes estão saltando;
c) nenhuma rã verde não está saltando;
d) existe uma rã verde que não está saltando;
e) algo que não seja uma rã verde está saltando.

17. (FCC) Considere que as seguintes afirmações são verdadeiras:
- Todo motorista que não obedece às leis de trânsito é multado.
- Existem pessoas idôneas que são multadas.
Com base nessas afirmações é verdade que:
a) se um motorista é idôneo e não obedece às leis de trânsito, então ele é multado.
b) se um motorista não respeita as leis de trânsito, então ele é idôneo.
c) todo motorista é uma pessoa idônea.
d) toda pessoa idônea obedece às leis de trânsito.

e) toda pessoa idônea não é multada.

CAPÍTULO 2

LÓGICA SENTENCIAL (PROPOSICIONAL)

PROPOSIÇÕES - DEFINIÇÃO

- **EXPRESSÕES =** São frases que não possuem sentido completo. DICA: **não possuem verbo**!
  Ex: O dobro de cinco.
  O jogador de futebol.
  13 + 5
- **SENTENÇAS =** São frases Possuem sentido completo. DICA: **possuem verbo**!

SENTENÇAS ABERTAS = são aquelas proposições simples que "dependem" de variáveis (que não conhecemos) para dizer se ela é verdadeira ou falsa. Ou seja, não se pode atribuir um valor lógico V ou F à ela sem conhecermos esta variável.

Ex: Alguém está nascendo agora. (V ou F?)
$x + 4 = 7$ (V ou F?)
Ele foi à praia. (V ou F?)

SENTENÇAS FECHADAS = Aquelas às quais se pode atribuir um valor lógico V ou F. Tem um valor lógico definido.

Ex: O TCU está vinculado ao poder Legislativo (V)
O Ceará é um Estado da região Sudeste (F)
$8 + 5 > 15$ (F)

- **PROPOSIÇÕES =** As proposições são *sentenças fechadas*, formadas de palavras ou símbolos, que exprimem um pensamento completo e às quais podemos atribuir um dos valores lógicos: **V** ou **F**.

Somente às sentenças declarativas podem-se atribuir valores de verdadeiro ou falso, o que ocorre quando a sentença é, respectivamente, confirmada ou negada.

São exemplos de proposições as seguintes sentenças declarativas:

A praia do Futuro fica em Fortaleza. (V)
A Receita Federal pertence ao poder judiciário. (F)
O número 15 não é primo. (V)
O número 6 é ímpar. (F)

Pelos exemplos descritos acima, também observamos que uma proposição representa uma informação enunciada por uma oração, e, portanto pode ser expressa de várias formas, tais como: *"Pedro é maior que Carlos"*, ou podemos expressar também por *"Carlos é menor que Pedro"*.

- **NUNCA SERÃO PROPOSIÇÕES** = Não se pode atribuir um valor de verdadeiro ou falso às demais formas de sentenças como as ***interrogativas, as exclamativas, imperativas, paradoxos, expressões sem predicado (sem verbo) e sentenças abertas (com variáveis)*** embora elas também expressem um pensamento completo.

PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS

1 – PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO:
Uma proposição só pode ter dois valores verdades, isto é, é verdadeiro (V) ou falso (F), não podendo ter outro valor.

2 – PRINCÍPIO DA NÃO-CONTRADIÇÃO:
Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa simultaneamente.
Logo, temos:
"O Brasil é um País da América do Sul" é uma proposição *verdadeira*.
"A Receita Federal pertence ao poder judiciário", é uma proposição *falsa*.

PROPOSIÇÕES SIMPLES

A *proposição simples* ou *atômica* é aquela que não contém qualquer outra proposição como sua componente. Isso significa que não é possível encontrar como parte de uma proposição simples alguma outra proposição diferente dela. Não se pode subdividi-la em partes menores tais que alguma delas seja uma nova proposição.

EXEMPLOS:
Carlos é primo de Marta.
O futebol é o esporte mais popular do mundo.
O heptágono possui sete lados.

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Uma proposição que contenha qualquer outra como sua parte componente é dita *proposição composta* ou *molecular*. As proposições compostas são combinações de proposições simples feitas através dos operadores lógicos: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$. Assim, se tivermos as proposições A e B podemos formar as proposições compostas: **$A \wedge B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$**.

Estas proposições recebem designações particulares, conforme veremos a seguir:

CONJUNÇÃO: $A \wedge B$ (lê-se "A e B")
DISJUNÇÃO: $A \vee B$ (lê-se "A ou B")
CONDICIONAL: $A \rightarrow B$ (lê-se "se A então B")
BICONDICIONAL: $A \leftrightarrow B$ (lê-se "A se e somente se B")

EXEMPLOS:
João é médico e Pedro é dentista.
Maria vai ao cinema ou Paulo vai ao circo.
Se chover amanhã de manhã, então não irei à praia.
Comprarei uma mansão se e somente se eu ganhar na loteria.

Nas sentenças acima, vimos os vários tipos de conectivos – ditos **CONECTIVOS LÓGICOS** – que estarão presentes em uma proposição composta. Estudaremos cada um deles a seguir, uma vez que é de nosso interesse conhecer o valor lógico das *proposições compostas*.

Veremos que, para dizer que uma *proposição composta* é verdadeira ou falsa, dependerá de duas coisas:

1º) do valor lógico das proposições componentes;
2º) do tipo de conectivo que as une.

Com estas duas informações, podemos dizer o valor lógico da proposição composta. O conjunto de todos os valores possíveis que uma proposição pode assumir é chamado de tabela-verdade.

NEGAÇÃO (MODIFICADOR)

Dada uma proposição qualquer A, denominamos negação de A à proposição composta que se obtém a partir da proposição A acrescida do conectivo lógico "não" ou de outro equivalente. A negação "não A" pode ser representada simbolicamente como: ~A ou ¬A.

Expressões equivalentes de "não A":

Não é verdade que A.

É falso que A.

TABELA-VERDADE

A	~A
V	F
F	V

> **CONCLUSÃO:**
> Uma proposição A e sua negação "não A" terão sempre valores lógicos opostos.

Como se pode observar na tabela-verdade, uma proposição qualquer e sua negação nunca poderão ser simultaneamente verdadeiras ou simultaneamente falsas.

EXEMPLOS:

A: Ricardo é honesto.
B: Paulo foi ao parque.
~A: Ricardo não é honesto.
~B: Paulo não foi ao parque.
~A: Não é verdade que Ricardo é honesto.

~B: É falso que Paulo foi ao parque.

CONJUNÇÃO (E)

Denominamos conjunção a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "E", e que pode ser representada simbolicamente como: **A ∧ B.**

EXEMPLO:

A: Carlos gosta de futebol.
B: Maria é dentista.
Conjunção = Carlos gosta de futebol e Maria é dentista. (A ∧ B)

TABELA-VERDADE

Na tabela-verdade, que representa todos os resultados da conjunção "A *e* B" para cada um dos valores que A e B podem assumir, temos:

A	B	A ∧ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

> **CONCLUSÃO:**
> Uma conjunção é verdadeira somente quando ambas as proposições que a compõem forem verdadeiras."

ANÁLISE DAS PROPOSIÇÕES:

Seja a proposição A ∧ B podemos concluir:
1) Se A = V, então B será obrigatoriamente V.
2) Se B = V, então B será obrigatoriamente V.

DISJUNÇÃO NÃO-EXCLUDENTE (OU)

Disjunção não excludente, chamada apenas de disjunção, é toda proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "OU". A disjunção "A *ou* B" pode ser representada simbolicamente como: **A ∨ B.**

PREMISSAS NÃO-EXCLUDENTES:

Premissas não-excludentes são aquelas que podem ocorrer simultaneamente. Ou seja, o "ou" significa que pelo menos uma das premissas deverá ser verdadeira.

EXEMPLO:

A: O pai dará um carro ao seu filho.
B: O pai dará uma bicicleta ao seu filho.
Disjunção = O pai dará um carro ou uma bicicleta ao seu filho. (A ∨ B)

TABELA-VERDADE

A	B	A ∨ B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

> **CONCLUSÕES:**
> 1) Uma disjunção é falsa somente quando as duas proposições que a compõem forem falsas.
> 2) Para que a disjunção seja verdadeira, basta que pelo menos uma das proposições que a compõe seja verdadeira.

ANÁLISE DAS PROPOSIÇÕES:

Seja a proposição **A ∨ B** podemos concluir:
1) Se A = V, então B pode ser V ou F.
2) Se B = V, então A pode ser V ou F.
3) Se A = F, então B obrigatoriamente será V.
4) Se B = F, então A obrigatoriamente será V.

DISJUNÇÃO EXCLUDENTE (OU... OU...)

Disjunção excludente é toda proposição composta formada por duas proposições simples quaisquer e que estejam ligadas pelo conectivo "OU... OU...". A disjunção excludente "ou A ou B" pode ser representada simbolicamente como: **A $\underline{\vee}$ B**.

PREMISSAS EXCLUDENTES:

Premissas excludentes são aquelas que NÃO podem ocorrer simultaneamente. Portanto, o "ou... ou..."

significa que somente uma das premissas poderá ser verdadeira e que a premissa verdadeira será única, ou seja, não pode haver mais de uma premissa verdadeira.

EXEMPLO:

A: Diego viajará para Londres.
B: Fábio viajará para a Bahia.
Disjunção Excludente = Ou Diego viajará para Londres ou Fábio viajará para a Bahia. ($A \veebar B$)

TABELA-VERDADE

A	B	$A \veebar B$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

CONCLUSÃO:
Uma disjunção excludente é verdadeira quando apenas uma das proposições for verdadeira. Caso contrário será falsa!

ANÁLISE DAS PROPOSIÇÕES:
Seja a a proposição $\mathbf{A \veebar B}$ podemos concluir:
1) Se A = V, então B será obrigatoriamente F.
2) Se B = V, então A será obrigatoriamente F.
3) Se A = F, então B será obrigatoriamente V.
4) Se B = F, então A será obrigatoriamente V.

CONDICIONAL (SE... ENTÃO...)

Denominamos condicional a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "SE... ENTÃO..." ou por uma de suas formas equivalentes. A proposição condicional "*Se* A *então* B" pode ser representada simbolicamente como: $\mathbf{A \rightarrow B}$.

EXEMPLO:

A: José é cearense.
B: José é brasileiro.
Condicional = Se José é cearense então José é brasileiro. ($A \rightarrow B$)

OBS: A primeira proposição de uma condicional é chamada de condição e a segunda proposição é chamada de conclusão.

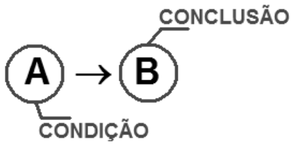


TABELA-VERDADE:

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

CONCLUSÃO:
Uma condicional é falsa somente quando a primeira premissa é verdadeira e a segunda é falsa, sendo verdadeira em todos os outros casos.

Isso significa que, numa proposição condicional, a única situação que não pode ocorrer é uma condição verdadeira implicar uma conclusão falsa.

Alguns dos resultados da tabela anterior podem parecer absurdos à primeira vista.

A fim de esclarecer o significado de cada um dos resultados possíveis numa sentença condicional, considere a seguinte situação (apenas para fins didáticos):

SE NASCI EM FORTALEZA, ENTÃO SOU CEARENSE.

Agora responda: qual é a única maneira de essa proposição estar incorreta? Ora, só há um jeito de essa frase ser falsa: se a primeira parte for verdadeira, e a segunda for falsa. Ou seja, se é verdade que eu nasci em Fortaleza, então necessariamente é verdade que eu sou cearense.

Então se alguém disser que é verdadeiro que eu nasci em Fortaleza, e que é falso que eu sou cearense, então esta condicional será falsa.

O fato de eu ter nascido em Fortaleza é condição suficiente (basta isso!) para que se torne um resultado necessário que eu seja cearense.

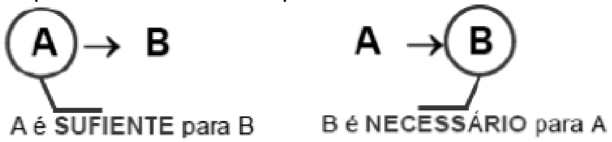
ANÁLISE DAS PROPOSIÇÕES:
1) Seja a proposição $\mathbf{A \rightarrow B}$ podemos concluir:
a) Se A = V, então B será obrigatoriamente V.
b) Se A = F, então B pode ser V ou F.
c) Se B = V, então A pode ser V ou F.
d) Se B = F, então A será obrigatoriamente F.
2) Percebe-se do item d que a proposição $A \rightarrow B$ é equivalente a:

$$\mathbf{\sim B \rightarrow \sim A}$$

Se a premissa B for falsa, então a premissa A será falsa.

OUTRAS FORMAS DA CONDICIONAL:
As seguintes expressões podem se empregar como *equivalentes* de "*Se* A *então* B":
1) Se A, B.
2) B, se A.
3) Todo A é B.
4) A implica B.
5) A somente se B.
6) A é condição suficiente para B.
7) B é condição necessária para A.

Destas duas últimas representações, as mais comuns em provas de concursos, podemos escrever:



BICONDICIONAL (SE E SOMENTE SE)

Denominamos bicondicional a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "SE E SOMENTE SE" ou por uma de suas formas equivalentes. A proposição bicondicional "A *se e somente se* B" pode ser representada simbolicamente como: **A $\leftrightarrow$ B.**

EXEMPLO:

A: Ricardo é meu tio.

B: Ricardo é irmão de um dos meus pais.

Bicondicional = Ricardo é meu tio se e somente se Ricardo é irmão de um dos meus pais. (A $\leftrightarrow$ B)

TABELA-VERDADE

A	B	A↔B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

CONCLUSÃO:

1) A bicondicional é verdadeira somente quando A e B têm o mesmo valor lógico (ambas são verdadeiras ou ambas são falsas).

2) A bicondicional é falsa quando A e B têm valores lógicos contrários.

Como próprio nome e símbolo sugerem, uma proposição bicondicional "A *se e somente se* B" é equivalente à proposição composta **"Se A então B e se B então A"**

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

OUTRAS FORMAS DA BICONDICIONAL:

Podem-se empregar também como equivalentes de "A *se e somente se* B" as seguintes expressões:

A se e só se B.

Todo A é B e todo B é A.

Todo A é B e reciprocamente.

A somente se B e B somente se A.

A é condição necessária e suficiente para que B ocorra.

B é condição necessária e suficiente para que A ocorra.

PROPOSIÇÕES ESPECIAIS

TAUTOLOGIA

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições é uma tautologia se ela for SEMPRE VERDADEIRA independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõe.

EXEMPLO$_1$:

A proposição "A ou não A" é uma tautologia, pois é sempre verdadeira independentemente dos valores lógicos de A. Veja a tabela-verdade:

A	~A	A ∨ ~A
V	F	V
F	V	V

EXEMPLO$_2$:

A proposição "Se (A e B) então (A ou B)" também é uma tautologia, pois é sempre verdadeira independentemente dos valores lógicos de A e de B, como se pode observar na tabela-verdade abaixo:

A	B	A e B	A ou B	(A e B) → (A ou B)
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

CONTRADIÇÃO

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições é uma contradição se ela for SEMPRE FALSA independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõe.

EXEMPLO:

A proposição "A se e somente se não A"é uma contradição, pois é sempre falsa independentemente dos valores lógicos de A e de não A, como se pode observar na tabela-verdade abaixo:

A	~A	A↔~A
V	F	F
F	V	F

ATENÇÃO!

Como uma tautologia é sempre verdadeira e uma contradição, sempre falsa, tem-se que uma é a negação da outra, logo: "A negação de uma tautologia é sempre uma contradição e a negação de uma contradição é sempre uma tautologia".

CONTINGÊNCIA

Contingências são proposições que têm em suas tabelas-verdade, valores verdadeiros e falsos.

EXEMPLO:

As seguintes proposições são contingências:

A	B	A ∧ B	A ∨ B	A → B	A ↔ B
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Dizemos que duas proposições são logicamente equivalentes ou, simplesmente, que são equivalentes quando são compostas pelas mesmas proposições simples e os resultados de suas tabelas verdade são idênticos. Uma conseqüência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

A equivalência lógica entre duas proposições, A e B, pode ser simbolicamente representada da seguinte forma: A ⇔ B

EXEMPLO:

As proposições (A → B) e (~A ∨ B) são equivalentes, pois possuem os mesmos resultados em suas tabelas-verdade:

A	B	A → B	~A ∨ B
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

Obs.: Os símbolos ↔ e ⇔ são distintos? Sim.

↔ indica uma operação lógica = bicondicional

⇔ estabelece que duas proposições são equivalentes.

ALGUMAS EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Leis Associativas:

1. (A ∧ B) ∧ C ⇔ A ∧ (B ∧ C)
2. (A ∨ B) ∨ C ⇔ A ∨ (B ∨ C)

Leis Comutativas:

1. A ∧ B ⇔ B ∧ A
2. A ∨ B ⇔ B ∨ A
3. A ↔ B ⇔ B ↔ A
4. A → B ≠ B → A (NÃO SÃO EQUIVALENTES)

Leis Distributivas:

3. A ∧ (B ∨ C) ⇔ (A ∧ B) ∨ (A ∧ C)
4. A ∨ (B ∧ C) ⇔ (A ∨ B) ∧ (A ∨ C)

EQUIVALÊNCIAS MUITO IMPORTANTES!!!

Lei da dupla negação:

1. ~(~A) ⇔ A

Equivalências da Conjunção e da Disjunção:

1. A ∨ B ⇔ ~A → B ⇔ ~B → A
2. A ∧ B ⇔ ~(A → ~B) ⇔ ~(B → ~A)

Equivalências da Condicional:

1. A → B ⇔ ~B → ~A (CONTRA-POSITIVA)
2. A → B ⇔ ~A ∨ B
3. A → B e B → A (RECÍPROCAS = NÃO SÃO EQUIVALENTES!!!)

IMPORTANTE:

Da condicional: "Se a piscina é funda, então não vou nadar", temos:

A **recíproca**: "Se não vou nadar, então a piscina é funda".

A contra positiva: "Se vou nadar, então a piscina não é funda".

LEIS DE AUGUSTUS DE MORGAN

Um problema de grande importância para a lógica é o da identificação de proposições equivalentes à negação de uma proposição dada. Negar uma proposição simples é uma tarefa que não oferece grandes obstáculos, entretanto, podem surgir algumas dificuldades quando procuramos identificar a negação de uma proposição composta.

Como vimos anteriormente, a negação de uma proposição deve ter sempre valor lógico oposto ao da proposição dada. Desse modo sempre que uma proposição A for verdadeira, a sua negação não A deve ser falsa e sempre que A for falsa não A deve ser verdadeira.

Em outras palavras,

A negação de uma proposição deve ser contraditória com a proposição dada.

Vejamos abaixo as equivalências mais comuns para negações de algumas proposições compostas:

1) Negação da Conjunção: ~(A ∧ B) ⇔ ~A ∨ ~B
DICA: Nega as duas proposições e troca o "e" pelo "ou".

2) Negação da Disjunção: ~(A ∨ B) ⇔ ~A ∧ ~B
DICA: Nega as duas proposições e troca o "ou" pelo "e".

3) Negação de uma Condicional: ~(A → B) ⇔ A ∧ ~B
DICA: Mantém a primeira proposição "e" nega a segunda.

4) Negação da Bicondicional: ~(A↔B) ⇔ ~A ↔ B ⇔ A ↔ ~B
DICA: Nega-se uma das duas, se e somente se, mantém a outra proposição.

LEMBRE-SE:

~(Todo A é B) ⇔ Algum A não é B. (Pelo menos uma A não é B)
~(Algum A é B) ⇔ Nenhum A é B.

EXEMPLOS: Negue as proposições:

P_1: Paulo é alto e Jane é não bonita.
~P_1: Paulo não é alto ou Jane é bonita.

P_2: Vou de carro ou chego atrasado.
~P_2: Não vou de carro e não chego atrasado.

P_4: Se o governo faz economia então não aplica em obras públicas.
~P_4: O governo faz economia e aplica em obras públicas.

P_5: Se x é par, então x não é primo.
~P_5: x é par e x é primo.

P_6: Carlos vai ao cinema se e somente se Maria fica em casa.
~P_6: Carlos não vai ao cinema se e somente se Maria fica em casa.
Carlos vai ao cinema se e somente se Maria não fica em casa.

P_7: **Todo** cearense é brasileiro.
~P_7: **Algum** cearense **não** é brasileiro.

P_8: **Algum** deputado é honesto.
~P_8: **Nenhum** deputado é honesto.

ATENÇÃO:

A negação de **A ou B ou C** seria: **~A e ~B e ~C**.
DICA: Nega-se as três proposições e troca o "ou" pelo "e".

TABELAS - VERDADE

Trataremos agora um pouco mais a respeito de uma **TABELA-VERDADE**.

Aprendemos que se trata de uma tabela mediante qual são analisados os valores lógicos de proposições compostas.

Nos tópicos anteriores, vimos que uma *Tabela-Verdade* que contém duas proposições apresentará exatamente um número de quatro linhas! Mas e se estivermos analisando uma proposição composta com três ou mais proposições componentes? Como ficaria a tabela-verdade neste caso?

Como já sabemos, para qualquer caso, teremos que o número de linhas de uma tabela-verdade será dado por:

$$N = 2^{\text{nº de proposições simples}}$$

Ou seja: se estivermos trabalhando com duas proposições p e q, então a tabela-verdade terá 4 linhas, já que $2^2 = 4$. E se estivermos trabalhando com uma proposição composta que tenha três componentes p, q e r? Quantas linhas terá essa tabela-verdade? Terá 8 linhas, uma vez que $2^3 = 8$. E assim por diante.

CONSTRUINDO UMA TABELA VERDADE

Na hora de construirmos a *tabela-verdade* de uma proposição composta qualquer, teremos que seguir uma certa ordem de precedência dos conectivos. Ou seja, os nossos passos terão que obedecer a uma seqüência.

Começaremos sempre trabalhando com o que houver dentro dos parênteses. Só depois, passaremos ao que houver fora deles. Em ambos os casos, sempre obedecendo à seguinte ordem:

1º) Faremos as **negações** (~);
2º) Faremos as **conjunções (E)** ou **disjunções (OU)**, na ordem em que aparecerem;
3º) Faremos a **condicional (SE...ENTÃO...)**;
4º) Faremos a **bicondicional (...SE E SOMENTE SE...)**.

PARA DUAS PROPOSIÇÕES A e B:

Construa a *tabela-verdade* da seguinte proposição composta: **(A ∧ ~B) v (B ∧ ~A)**

Sol.: Observamos que há dois parênteses. Começaremos, pois, a trabalhar o primeiro deles, isoladamente. Nossos passos, obedecendo à *ordem de precedência* dos conectivos, serão os seguintes:

1º Passo) A negação de **B**:

A	B	~B
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	V

2º Passo) A conjunção:

A	B	~B	(A ∧ ~B)
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

Deixemos essa *coluna-resultado* "guardada" para daqui a pouco, e passemos a trabalhar o segundo parênteses. Teremos:

3º Passo) A negação de **A**:

A	B	~A
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V

4º Passo) A conjunção:

A	B	~A	(B ∧ ~A)
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

5º Passo) Uma vez trabalhados os dois parênteses, faremos, por fim, a disjunção que os une.
Teremos:

(A ∧ ~B)	(B ∧ ~A)	(A ∧ ~B) v (B ∧ ~A)
F	F	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Se quiséssemos, poderíamos ter feito tudo em uma única tabela maior, da seguinte forma:

A	B	~A	~B	(A ∧ ~B)	(B ∧ ~A)	(A ∧ ~B) v (B ∧ ~A)
V	V	F	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	F	F

PARA TRÊS PROPOSIÇÕES A, B e C:

Suponhamos que alguém (uma questão de prova, por exemplo!) nos peça que construamos a *tabela-verdade* da proposição composta seguinte: (A ∧ ~B) → (B v ~C). A leitura dessa proposição é a seguinte: *Se A e não B, então B ou não C.*

Começaremos sempre com a estrutura inicial para três proposições. Teremos:

A	B	C
V	V	V
V	V	F
V	F	V
F	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Daí, já sabemos que existe uma *ordem de precedência* a ser observada, de modo que trabalharemos logo os parênteses da proposição acima. Começando pelo primeiro deles, faremos os seguintes passos:

1º Passo) Negação de **B**:

A	B	C	~B
V	V	V	F
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	F	V

2º Passo) A *conjunção* do primeiro parênteses: *(Só recordando: somente se as duas partes forem verdadeiras é que a conjunção (**e**) também o será!)*

A	B	C	~B	A ∧ ~B
V	V	V	F	F
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
F	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	F	F
F	F	V	V	F
F	F	F	V	F

3º Passo) Trabalhando agora com o segundo parênteses, faremos a negação de **C**:

A	B	C	~C
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	V	F
F	F	F	V

4º Passo) A *disjunção* do segundo parênteses:
*Só recordando: basta que uma parte seja verdadeira, e a disjunção (**ou**) também o será!*

A	B	C	~C	B v ~C
V	V	V	F	V
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	F
F	F	F	V	V

5º Passo) Finalmente, já tendo trabalhado os dois parênteses separadamente, agora vamos fazer a *condicional* que os une: *Só recordando: a condicional só será falsa se tivermos VERDADEIRO na primeira parte e FALSO na segunda!*

A ∧ ~B	B v ~C	(A ∧ ~B) → (B v ~C)
F	V	V
F	V	V
V	F	F
F	V	V
V	V	V
F	V	V
F	F	V
F	V	V

Novamente, se assim o quiséssemos, poderíamos ter feito todo o trabalho em uma só tabela, como se segue:

A	B	C	~B	~C	A ∧ ~B	B v ~C	(A ∧ ~B) → (B v ~C)
V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	V	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	V	F	V	V

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. (CESPE) A frase “Quanto subiu o percentual de mulheres assalariadas nos últimos 10 anos?” não pode ser considerada uma proposição.

SOLUÇÃO:
Proposição é uma frase que pode ser julgada como verdadeira — V — ou falsa — F —, não cabendo a ela ambos os julgamentos”. Portanto, uma sentença interrogativa não é proposição, pois não pode ser julgada como verdadeira ou falsa.
Resposta: Item correto.

02. (CESPE) Independentemente da valoração V ou F atribuída às proposições A e B, é correto concluir que a proposição ¬(A v B) v (A v B) é sempre V.

SOLUÇÃO:
Em outras palavras, dizer que a proposição ¬(A v B) v (A v B) é sempre V, independentemente da valoração V ou F atribuída às proposições A e B, é a mesma coisa que dizer que esta proposição é uma tautologia. Para fazer esta verificação basta desenharmos a tabela verdade desta proposição. Logo:

A	B	A v B	¬(A v B)	¬(A v B) v (A v B)
V	V	V	F	V
V	F	V	F	V
F	V	V	F	V
F	F	F	V	V

Com isso, podemos ver que a proposição ¬(A v B) v (A v B) é sempre V, independente dos valores lógicos das proposições A e B.
Resposta: Item Certo

03. (CESPE) Considere as seguintes proposições.

- (7 + 3 = 10) ∨ (5 – 12 = 7)
- A palavra crime é dissílaba.
- Se lâmpada é uma palavra trissílaba, então lâmpada tem acentuação gráfica.
- (8 – 4 = 4) ∨ (10 + 3 = 13)
- Se x = 4 então x + 3 < 6.

Entre essas proposições, há exatamente duas com interpretação F.

SOLUÇÃO:
De acordo com o texto, temos:
1) (7 + 3 = 10) ∨ (5 – 12 = 7) ⇒ V ∨ F = V.
2) A palavra crime é dissílaba. ⇒ V. (cri – me)
3) Se lâmpada é uma palavra trissílaba, então lâmpada tem acentuação gráfica. ⇒ V → V = V.
4) (8 – 4 = 4) ∨ (10 + 3 = 13) ⇒ V ∨ V = V.
5) Se x = 4 então x + 3 < 6. ⇒ não dá pra saber se é V ou F, pois não sabemos o valor de x.
Resposta: Item Errado, pois apenas um item tem valor lógico falso.

04. (FCC) São dadas as seguintes proposições simples:
p : Beatriz é morena;
q : Beatriz é inteligente;
r : Pessoas inteligentes estudam.
Se a implicação (p ∧ ~r) → ~q é FALSA, então é verdade que:
(A) Beatriz é uma morena inteligente e pessoas inteligentes estudam.
(B) Pessoas inteligentes não estudam e Beatriz é uma morena não inteligente.
(C) Beatriz é uma morena inteligente e pessoas inteligentes não estudam.
(D) Pessoas inteligentes não estudam mas Beatriz é inteligente e não morena.
(E) Beatriz não é morena e nem inteligente, mas estuda.

SOLUÇÃO:
Sabendo que uma proposição do tipo condicional (A → B) é falsa somente quando A = V e B = F, então, na proposição (p ∧ ~r) → ~q, temos que:
A = (p ∧ ~r) = V
B = ~q = F, logo **q = V**
Como uma proposição do tipo conjunção (A ∧ B) é verdadeira quando A = V e B = V, então:
Se (p ∧ ~r) = V, logo **p = V** e **~r = V**.
Com isso, concluímos que:
q = V ⇒ Beatriz é inteligente.
p = V ⇒ Beatriz é morena.
~r = V ⇒ Pessoas inteligentes não estudam
Resposta:Item C.

05. (FCC) São dadas as seguintes proposições:
(1) Se Jaime trabalha no Tribunal de Contas, então ele é eficiente.
(2) Se Jaime não trabalha no Tribunal de Contas, então ele não é eficiente.
(3) Não é verdade que, Jaime trabalha no Tribunal de Contas e não é eficiente.
(4) Jaime é eficiente ou não trabalha no Tribunal de Contas.
É correto afirmar que são logicamente equivalentes apenas as proposições de números
(A) 2 e 4
(B) 2 e 3
(C) 2, 3 e 4
(D) 1, 2 e 3
(E) 1, 3 e 4

SOLUÇÃO:
Sejam as proposições:
A = Jaime trabalha no Tribunal de Contas.
B = Jaime é eficiente.
Do enunciado temos>
(1) A → B.
(2) ¬A → ¬B.
(3) ¬(A e ¬B).
(4) B ou ¬A.
Construindo a tabela-verdade das proposições do enunciado, obtemos:

					(1)	(2)	(3)	(4)
A	B	¬A	¬B	A e ¬B	A → B	¬A → ¬B	¬(A e ¬B)	B ou ¬A
V	V	F	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V	V

Como proposições equivalentes são aquelas que têm exatamente a mesma tabela-verdade, então as proposições equivalentes são as proposições 1, 3 e 4.
Resposta: Item E

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. Analise as frases abaixo e marque "Sim" (X) se forem proposições e "Não" (X) se não forem proposições.

- **PROPOSIÇÕES RETIRADAS DE PROVAS DO CESPE:**

a) O TCE/AC tem como função fiscalizar o orçamento do estado do Acre. S ( ) N ( )
b) O barão do Rio Branco foi um diplomata notável. S ( ) N ( )
c) "A frase dentro destas aspas é uma mentira." S ( ) N ( )
d) Qual é o horário do filme? S ( ) N ( )
e) Que belas flores! S ( ) N ( )
f) O BB foi criado em 1980. S ( ) N ( )
g) O número 1.024 é uma potência de 2. S ( ) N ( )
h) Faça seu trabalho corretamente. S ( ) N ( )
i) Esta proposição é falsa. S ( ) N ( )
j) Quantos são os conselheiros do TCE/AC? S ( ) N ( )
l) A expressão X+Y é positiva. S ( ) N ( )
m) Ele é um procurador de justiça muito competente. S ( ) N ( )
n) Em Vila Velha, visite o Convento da Penha. S ( ) N ( )
o) O Brasil é pentacampeão de futebol. S ( ) N ( )

02. Determine o verdadeiro valor lógico (V ou F) de cada uma das seguintes proposições compostas.
a) 3 + 2 = 7 e 5 + 5 = 10. ( )
b) 1 > 0 ∧ 2 + 2 = 4. ( )
c) 3 ≠ 3 ou 5 ≠ 5. ( )
d) Se 3 + 2 = 7, então 4 + 4 = 8. ( )
e) 7 é primo ∨ 4 é primo. ( )
f) Se 3 + 2 = 6 então 4 + 4 = 9. ( )
g) Se $\sqrt{3} = 1$ então -1 < - 2. ( )
h) Paris está na Inglaterra ou Londres está na França. ( )
j) 3 + 4 = 7 se e somente se 5^3 = 125. ( )
l) Não é verdade que 12 é impar. ( )
m) Não é verdade que 2 + 2 = 5 se, e somente se 4 + 4 = 10. ( )
n) É Falso que 1 + 1 = 3 ou 2 + 1 = 3. ( )

o) É Falso que se Paris está na Inglaterra, então Londres está na Franca. (   )

03. Se Francisco desviou dinheiro da campanha assistencial, então ele cometeu um grave delito. Mas Francisco não desviou dinheiro da campanha assistencial. Logo:
a) Francisco desviou dinheiro da campanha assistencial;
b) Francisco não cometeu um grave delito;
c) Francisco cometeu um grave delito;
d) alguém desviou dinheiro da campanha assistencial;
e) alguém não desviou dinheiro da campanha assistencial.

04. (CESPE) Se a proposição A for F e a proposição (¬A) ∨ B for V, então, obrigatoriamente, a proposição B é V.

05. (TCM) Numa fábrica todos os empregados recebem vale transporte ou vale-refeição. A partir desta informação, é correto concluir que:
a) todos os empregados recebem vale-transporte ou todos os empregados recebem vale-refeição
b) todo empregado que não recebe vale-transporte recebe vale-refeição
c) algum empregado recebe vale-transporte e não recebe vale-refeição
d) algum empregado recebe vale-transporte e vale-refeição

06. (FCC) São dadas as seguintes proposições:
− p: Computadores são capazes de processar quaisquer tipos de dados.
− q: É possível provar que ∞ + 1 =∞.

Se p implica em q, então o fato de:
a) ser possível provar que ∞ + 1 =∞ é uma condição necessária e suficiente para que os computadores sejam capazes de processar quaisquer tipos de dados.
b) computadores serem capazes de processar quaisquer tipos de dados não é condição necessária e nem suficiente para que seja possível provar que ∞ + 1 =∞.
c) ser possível provar que ∞ + 1 =∞ é uma condição suficiente para que os computadores sejam capazes de processar quaisquer tipos de dados.
d) computadores serem capazes de processar quaisquer tipos de dados é condição necessária para que seja possível provar que ∞ + 1 =∞.
e) ser possível provar que ∞ + 1 = ∞ é condição necessária para que os computadores sejam capazes de processar quaisquer tipos de dados.

07. (CESPE) Dadas as proposições: *p*: Pedro é pedreiro; *q*: Paulo é paulista. E as tabelas verdades:

p	q	~p	~q	p → q	~q → ~p	~p ∨ q
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	F
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

p ∨ q	p ∧ q	(p ∧ q) → (p ∨ q)	p ↔ ~p	p ∧ ~q
V	V	V	F	F
V	F	V	F	V
V	F	V	F	F
F	F	V	F	F

Julgue os itens a seguir:

I – "Se Pedro é pedreiro então Paulo é paulista" é equivalente a dizer "Se Paulo não é paulista então Pedro não é pedreiro".
II – p ↔ ~p é uma contradição.
III – (p ∧ q) → (p ∨ q) é tautologia.
IV – p ∨ q é equivalente a p ∧ q.
V – Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista tem como negação Pedro é pedreiro e Paulo não é paulista.

08. (FCC) Considere a seguinte proposição: "na eleição para a prefeitura, o candidato A será eleito ou não será eleito". Do ponto de vista lógico, a afirmação da proposição caracteriza:
a) um silogismo.
b) uma tautologia.
c) uma equivalência.
d) uma contingência.
e) uma contradição.

09. (ESAF) Uma sentença lógica equivalente a "Se Pedro é economista, então Luisa é solteira." é:
a) Pedro é economista ou Luisa é solteira.
b) Pedro é economista ou Luisa não é solteira.
c) Se Luisa é solteira, Pedro é economista.
d) Se Pedro não é economista, então Luisa não é solteira.
e) Se Luisa não é solteira, então Pedro não é economista.

10. (ESAF) Dizer que "André é artista ou Bernardo não é engenheiro" é logicamente equivalente a dizer que:
a) André é artista se e somente se Bernardo não é engenheiro.
b) Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro.
c) Se André não é artista, então Bernardo é engenheiro.
d) Se Bernardo é engenheiro, então André é artista.
e) André não é artista e Bernardo é engenheiro.

11. (CESPE) A negação da proposição "O presidente é o membro mais antigo do tribunal e o corregedor é o vice-presidente" é "O presidente é o membro mais novo do tribunal e o corregedor não é o vice-presidente".

12. Assinale a alternativa que é logicamente equivalente à negação de: "Não estudo e passo no concurso".
a) Estudo e passo no concurso.
b) Estudo ou passo no concurso.
c) Se estudo então não passo no concurso.
d) Se não estudo, então não passo no concurso.
e) Não estudo e não passo no concurso.

13. (ESAF) A afirmação "Não é verdade que, se Pedro está em Roma, então Paulo está em Paris" é logicamente equivalente à afirmação:
a) É verdade que 'Pedro está em Roma e Paulo está em Paris'.
b) Não é verdade que 'Pedro está em Roma ou Paulo não está em Paris'.
c) Não é verdade que 'Pedro não está em Roma ou Paulo não está em Paris'.
d) Não é verdade que 'Pedro não está em Roma ou Paulo está em Paris'.
e) É verdade que 'Pedro está em Roma ou Paulo está em Paris'.

14. (CESPE) Na lista de frases apresentadas a seguir, há exatamente três proposições.

"A frase dentro destas aspas é uma mentira."
A expressão X + Y é positiva.
O valor de $\sqrt{4}+3=7$.
Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira.
O que é isto?

15. (CESPE) Considere a seguinte lista de sentenças:
I Qual é o nome pelo qual é conhecido o Ministério das Relações Exteriores?
II O Palácio Itamaraty em Brasília é uma bela construção do século XIX.
III As quantidades de embaixadas e consulados gerais que o Itamaraty possui são, respectivamente, x e y.
IV O barão do Rio Branco foi um diplomata notável.
Nessa situação, é correto afirmar que entre as sentenças acima, apenas uma delas não é uma proposição.

16. (FCC) Dadas as proposições simples p e q, tais que p é verdadeira e q é falsa, considere as seguintes proposições compostas:
(1) $p \wedge q$;
(2) $\sim p \rightarrow q$;
(3) $\sim(p \vee \sim q)$;
(4) $\sim(p \leftrightarrow q)$

Quantas dessas proposições compostas são verdadeiras?
a) Nenhuma.
b) Apenas uma.
c) Apenas duas.
d) Apenas três.
e) Quatro.

17. (CESPE) Considere que a proposição composta "Alice não mora aqui ou o pecado mora ao lado" e a proposição simples "Alice mora aqui" sejam ambas verdadeiras. Nesse caso, a proposição simples "O pecado mora ao lado" é verdadeira.

18. (ESAF) Considere a afirmação P:
P: "A ou B"
Onde A e B, por sua vez, são as seguintes afirmações:
A: "Carlos é dentista"
B: "Se Enio é economista, então Juca é arquiteto".

Ora, sabe-se que a afirmação P é falsa. Logo:
a) Carlos não é dentista; Enio não é economista; Juca não é arquiteto.
b) Carlos não é dentista; Enio é economista; Juca não é arquiteto.
c) Carlos não é dentista; Enio é economista; Juca é arquiteto.
d) Carlos é dentista; Enio não é economista; Juca não é arquiteto.
e) Carlos é dentista; Enio é economista; Juca não é arquiteto.

19. (CESPE) Uma proposição da forma $(\neg A) \vee (B \vee \neg C)$ tem, no máximo, 6 possíveis valores lógicos V ou F.

20. (CESPE) Toda proposição da forma $(P \rightarrow Q) \vee (\neg Q)$ tem somente valores lógicos V.

21. Dizer que "Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista" é, do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que:
a) se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista.
b) se Paulo é paulista, então Pedro é pedreiro.
c) se Pedro não é pedreiro, então Paulo é paulista.
d) se Pedro é pedreiro, então Paulo não é paulista.
e) se Pedro não é pedreiro, então Paulo não é paulista.

22. (ESAF) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que:
a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.
b) Pedro não é pobre e Alberto não é alto.
c) Pedro é pobre ou Alberto é alto.
d) Se Pedro não é pobre, então Alberto é alto.
e) Se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.

23. (ESAF) Se Marcos não estuda, João não passeia. Logo,
a) Marcos estudar é condição necessária para João não passear.
b) Marcos estudar é condição suficiente para João passear.
c) Marcos não estudar é condição necessária para João não passear.
d) Marcos não estudar é condição suficiente para João passear.
e) Marcos estudar é condição necessária para João passear.

24. (CESPE) Se a afirmativa "todos os beija-flores voam rapidamente" for considerada falsa, então a afirmativa "algum beija-flor não voa rapidamente" tem de ser considerada verdadeira.

25. Dizer que a afirmação "todos os economistas são médicos" é falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é verdadeira:
a) pelo menos um economista não é médico
b) nenhum economista é médico
c) nenhum médico é economista
d) pelo menos um médico não é economista
e) todos os não médicos são não economistas

Considere a assertiva seguinte, adaptada da revista comemorativa dos 50 anos da PETROBRAS:
Se o governo brasileiro tivesse instituído, em 1962, o monopólio da exploração de petróleo e derivados no território nacional, a PETROBRAS teria atingido, nesse mesmo ano, a produção de 100 mil barris/dia.

Julgue se cada um dos itens a seguir apresenta uma proposição logicamente equivalente à assertiva acima.

26. (CESPE) Se a PETROBRAS não atingiu a produção de 100 mil barris/dia em 1962, o monopólio da exploração de petróleo e derivados não foi instituído pelo governo brasileiro nesse mesmo ano.

27. (CESPE) Se o governo brasileiro não instituiu, em 1962, o monopólio da exploração de petróleo e derivados, então a PETROBRAS não atingiu, nesse mesmo ano, a produção de 100 mil barris/dia.

CAPÍTULO 3

LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO E ESTRUTURAS LÓGICAS

INTRODUÇÃO

Para analisarmos um conjunto de proposições (argumentos) devemos ter em mente os conhecimentos sobre os capítulos anteriores: álgebra das proposições ($\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$), quantificadores, diagramas lógicos, etc.

Analisar um argumento consiste em organizar as proposições dadas, representando-as simbolicamente para facilitar a visualização destas no argumento, e partir de uma destas proposições para deduzir o valor lógico das demais. Geralmente partimos de uma proposição simples e desta achamos os valores das demais. Para maior compreensão, veremos mais adiante alguns exercícios resolvidos sobre o tema.

INFERÊNCIA

Inferência, do latim *inferre*, é o mesmo que dedução.

Em lógica, inferência é a passagem, através de regras válidas, do antecedente ao conseqüente de um argumento. A inferência é, portanto, um processo pelo qual se chega a uma proposição, afirmada na base de uma ou outras mais proposições aceitas como ponto de partida do processo. Então, inferir significa deduzir.

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Regra_de_inferencia

ARGUMENTO

Argumento é um conjunto de proposições chamadas de **premissas** ou **hipóteses** com uma estrutura lógica de maneira tal que algumas delas, ou todas elas, acarretam ou tem como conseqüência (infere-se), outra proposição chamada de **conclusão** ou **tese**.

Chamaremos as proposições proposição1, proposição2, proposição3,... , proposição "n", de premissas do argumento, e a proposição q de conclusão do argumento. Teremos, portanto, que a estrutura básica do argumento é representada da seguinte forma:

Proposição1
Proposição2
Proposição3 } premissas } argumentação
...
Proposiçãon
Proposiçãoq } conclusão

EXEMPLOS:

1)
Se eu passar no concurso, então irei trabalhar.
Passei no concurso } premissas } argumentação
Irei Trabalhar } conclusão

2)
Todos os cearenses são humoristas
Todos os humoristas gostam de música. } premissas } argumentação
Todos os cearenses gostam de música. } conclusão

3)
Todos os cientistas são loucos.
Einstein é cientista. } premissas } argumentação
Einstein é louco. } conclusão

Os exemplos descritos acima são chamados de silogismos.

SILOGISMO

Silogismo é um termo filosófico com o qual Aristóteles designou a argumentação lógica perfeita, constituída de três proposições declarativas que se conectam de tal modo que a partir das duas primeiras, chamadas premissas, é possível deduzir uma conclusão.

O silogismo é, portanto, uma forma de raciocínio dedutiva onde, na sua forma padronizada, é constituído por três proposições. As duas primeiras denominam-se premissas e a terceira conclusão.

> Os argumentos que têm somente três proposições, duas premissas e a conclusão, são denominados **SILOGISMOS**.

A estrutura de um silogismo categórico regular é a seguinte:

EXEMPLO:

Premissa maior	Todo professor de Lógica é estudioso.
Premissa menor	Oscar é professor de Lógica.
Conclusão	Oscar é estudioso.

As premissas possuem três termos chamados de **Maior**, **Médio** e **Menor**, respectivamente. No argumento do exemplo anterior temos:

Termo Maior = "estudioso" (Termo de maior extensão. Integra a premissa maior e aparece como predicado da conclusão).

Termo médio = "professor de Lógica" (Termo de extensão intermédia. Repete-se nas duas premissas, mas não aparece na conclusão).

Termo menor = "Oscar" (Termo de menor extensão. Integra a premissa menor e é sujeito da conclusão).

ANALOGIA

Uma analogia é uma relação de equivalência entre duas outras relações. As analogias têm uma forma de expressão própria que segue o modelo: A está para B, assim como C está para D. Por exemplo, diz-se que: "Os patins estão para o patinador, assim como os esquis estão para o esquiador". Ou seja, a relação que os patins estabelecem com o patinador é idêntica à relação que os esquis estabelecem com o esquiador. A maior parte das pessoas achará a analogia dos esquis/patins verdadeira. No entanto, é extremamente difícil estabelecer de forma rigorosa porque é que é verdadeira. Normalmente, as analogias são fluidas e uma análise mais detalhada poderá revelar algumas imperfeições na comparação. Afinal, esquiar e patinar são atividades parecidas, mas não são exatamente iguais.

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Analogia

DEDUÇÕES E INDUÇÕES

Os argumentos são divididos em dois grupos:

- **DEDUTIVOS**
- **INDUTIVOS**

DEDUÇÃO

Teremos uma DEDUÇÃO (a dedução também é chamada de INFERÊNCIA), quando as premissas do argumento fornecerem prova conclusiva da veracidade da conclusão, isto é, o argumento é dedutivo quando a conclusão é completamente derivada das premissas.

EXEMPLO$_1$:

Todo ser humano têm mãe.
Todos os homens são humanos.

Todos os homens têm mãe.

INDUÇÃO

Estaremos diante de uma INDUÇÃO quando as premissas do argumento não fornecerem o apoio completo para ratificar as conclusões. Portanto nos argumentos indutivos a conclusão possui informações que ultrapassam as fornecidas nas premissas. Sendo assim, não se aplica, então, a definição de argumentos válidos ou não-válidos para argumentos indutivos.

EXEMPLO:

O Flamengo é um bom time de futebol.
O Palmeiras é um bom time de futebol.
O Vasco é um bom time de futebol.
O Fortaleza é um bom time de futebol.

Todos os times brasileiros de futebol são bons.

Perceba que não podemos dizer que “todos os times brasileiros de futebol são bons” apenas porque as premissas afirmaram que 4 deles são (Flamengo, Palmeiras, Vasco e Fortaleza).

EXEMPLO$_2$:

O alumínio conduz eletricidade.
O alumínio é metal.
O ouro conduz eletricidade.
O ouro é metal.
O cobre conduz eletricidade.
O cobre é metal.

Todos os metais conduzem eletricidade.

Portanto, quando falarmos em validade de um argumento, estaremos nos referindo apenas aos argumentos dedutivos.

VALIDADE DE UM ARGUMENTO – CONLUSÕES

Uma proposição é verdadeira ou falsa. No caso de um argumento dedutivo diremos que ele é válido ou não válido (inválido).

A validade é uma propriedade dos argumentos que depende apenas da forma (estrutura lógica) das suas proposições (premissas e conclusões) e não do conteúdo delas.

ARGUMENTO DEDUTIVO VÁLIDO

> Um argumento será **VÁLIDO** quando a sua conclusão é uma **conseqüência obrigatória** de suas premissas.

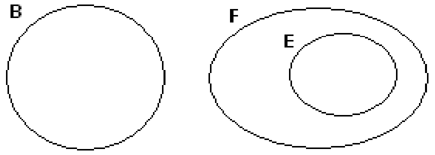
Em outras palavras, podemos dizer que quando um argumento é válido, a verdade de suas premissas deve garantir a verdade da conclusão do argumento. Isso significa que, se o argumento é válido, jamais poderemos chegar a uma conclusão falsa quando as premissas forem verdadeiras.

EXEMPLO$_1$:

Todos os elefantes jogam futebol.
Nenhum jogador de futebol gosta de basquete.

Portanto, nenhum elefante gosta de basquete.

Este argumento está perfeitamente bem construído (veja o diagrama abaixo), sendo, portanto, um argumento válido, muito embora a validade das premissas seja questionável (todos os elefantes gostam de futebol?).



E = Conjunto dos elefantes.
F = Conjunto dos jogadores de futebol.
B = Conjunto dos que gostam de basquete.

Pelo diagrama, percebe-se que nenhum elemento do conjunto E (elefantes) pode pertencer ao conjunto B (os que gostam de basquete).

Observe que a validade do argumento depende apenas da estrutura dos enunciados, logo o que é importante é a **FORMA** do argumento e não o conhecimento de suas premissas.

EXEMPLO$_2$:

Todas as mulheres são bonitas.
Todas as princesas são mulheres.

Todas as princesas são bonitas.

Observe que não precisamos de nenhum conhecimento aprofundado sobre o assunto para concluir que o argumento acima é válido. Vamos substituir mulheres, bonitas e princesas por A, B e C respectivamente e teremos:

Todos os A são B.
Todos os C são A.

Todos os C são B.

Logo o que é importante é a forma do argumento e não o conhecimento de A, B e C, isto é, este argumento é válido para quaisquer A, B e C, e,

portanto: A validade de um argumento é conseqüência de sua FORMA.

ARGUMENTO DEDUTIVO INVÁLIDO

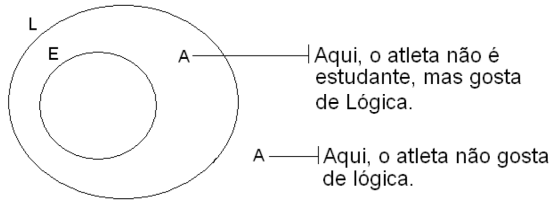
Dizemos que um argumento é **inválido,** quando a verdade das premissas não é suficiente para garantir a verdade da conclusão, ou seja, quando a conclusão não é uma conseqüência obrigatória das premissas.

EXEMPLO$_1$:

Todos os estudantes gostam de Lógica.
Nenhum atleta é um estudante.

Não existe atleta que goste de Lógica.

Este argumento é inválido, pois as premissas não garantem (não obrigam) a verdade da conclusão (veja o diagrama abaixo). O fato de nenhum atleta ser estudante não quer dizer que ele automaticamente não gosta de lógica, pois vemos claramente no diagrama que, se o atleta não é estudante, ele pode ou não gostar de lógica.



L = Conjunto das pessoas que gostam de lógica.
E = Conjunto dos estudantes.
A = Conjunto dos atletas.

EXEMPLO$_2$:

Todos os mamíferos são mortais. (V)
Todos os gatos são mortais. (V)

Todos os gatos são mamíferos. (V)

Este argumento tem a forma:

Todos os A são B
Todos os C são B

Todos os C são A

Podemos facilmente mostrar que este argumento é não-válido (inválido), pois as premissas não sustentam a conclusão (basta "desenhar" o diagrama lógico das premissas).

Com as premissas verdadeiras e a conclusão falsa nunca pode ocorrer que o argumento seja válido, então este argumento é não-válido, ou é simplesmente uma ***falácia***.

ATENÇÃO!!!

1) premissas todas verdadeiras + conclusão verdadeira = argumento válido ou inválido.
2) premissas todas verdadeiras + conclusão falsa = **argumento inválido (sempre).**
3) premissas todas verdadeiras + **argumento válido** = conclusão verdadeira.
4) premissas todas falsas + conclusão verdadeira = argumento válido ou inválido.
5) premissas todas falsas + conclusão falsa = argumento válido ou inválido.

METODOS DE AVERIGUAÇÃO DA VALIDADE DE UM ARGUMENTO

Para verificar se um argumento é válido ou inválido podemos utilizar dois métodos de análise bastante simples:

1) UTILIZANDO DIAGRAMAS LÓGICOS:

Esta forma é indicada quando nas premissas do argumento aparecem as palavras: **todo**, **algum** e **nenhum**, ou os seus sinônimos: **cada, existe um** etc. Consiste na representação das premissas por diagramas de conjuntos, e posterior verificação da verdade da conclusão.

2) UTILIZANDO TABELAS-VERDADE:

Este método consiste na construção da tabela-verdade, destacando-se uma coluna para cada premissa e outra para a conclusão.

Após a construção da tabela-verdade, verificam-se quais são as suas linhas em que os valores lógicos das premissas têm valor **V**. Se em todas essas linhas (com premissas verdadeiras), os valores lógicos da coluna da conclusão forem também **Verdadeiros**, então o argumento é **válido**! Porém, se ao menos uma daquelas linhas (que contêm premissas verdadeiras) houver na coluna da conclusão um valor **F**, então o argumento é **inválido**.

Este método tem a desvantagem de ser mais trabalhoso, sendo recomendado somente quando não puder ser feito pelo método anterior, muito mais prático. Lembrando que a maioria esmagadora das questões pode ser feita usando diagramas lógicos.

Trataremos de algumas questões nos exercícios resolvidos.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Existem basicamente dois tipos de questões, nas provas de concursos, envolvendo lógica de argumentação:

1º TIPO: Quando a questão informa as premissas e lhe pede a conclusão (Estruturas Lógicas);
2º TIPO: Questões em que são dadas as premissas e a conclusão e é pedido para que informe a validade do argumento.

Vejamos agora, questões envolvendo cada um dos tipos citados:

1º TIPO: A QUESTÃO PEDE A CONCLUSÃO DO ARGUMENTO! (ESTRUTURAS LÓGICAS)

01. (FCC) Considere como verdadeiras as seguintes premissas:

– Se Alfeu não arquivar os processos, então Benito fará a expedição de documentos.

– Se Alfeu arquivar os processos, então Carminha não atenderá o público.

– Carminha atenderá o público.

Logo, é correto concluir que

a) Alfeu arquivará os processos.
b) Alfeu arquivará os processos ou Carminha não atenderá o público.
c) Benito fará a expedição de documentos.

d) Alfeu arquivará os processos e Carminha atenderá o público.
e) Alfeu não arquivará os processos e Benito não fará a expedição de documentos.

SOLUÇÃO:
Representando as premissas na forma simbólica, e considerando-as como verdadeiras, obtemos:

$$\left.\begin{array}{l} \neg A \to B \\ A \to \neg C \\ C \end{array}\right\} \text{verdadeiras}$$

Iniciamos sempre da proposição simples: C = V (sempre a proposição simples será V). Se C = V, então ¬C = F (pois uma é a negação da outra). Daí temos que, para a premissa A(?) → ¬C(F) ser verdadeira, então devemos ter que A = F (visto que numa condicional não podemos ter V → F).

$$\begin{array}{l} \neg A \to B \\ \textbf{(F)}\ A \to \neg C\ \textbf{(F)} \\ C\ \textbf{(V)} \end{array}$$

Se A = F, então ¬A = V. Para que a premissa ¬A(V) → B(?), devemos ter que B = V (pois não podemos ter V → F). Com isso:

$$\begin{array}{l} \textbf{(V)}\ \neg A \to B\ \textbf{(V)} \\ \textbf{(F)}\ A \to \neg C\ \textbf{(F)} \\ C\ \textbf{(V)} \end{array}$$

Logo, podemos concluir que:
¬A = V ⇔ Alfeu não arquivará os processos.
B = V ⇔ Benito fará a expedição de documentos.
Resposta: Item C.

02. (ESAF) Se Carina é amiga de Carol, então Carmem é cunhada de Carol. Carmem não é cunhada de Carol. Se Carina não é cunhada de Carol, então Carina é amiga de Carol. Logo,
a) Carina é cunhada de Carmem e é amiga de Carol.
b) Carina não é amiga de Carol ou não é cunhada de Carmem.
c) Carina é amiga de Carol ou não é cunhada de Carol.
d) Carina é amiga de Carmem e é amiga de Carol.

SOLUÇÃO:
Representando o argumento do enunciado simbolicamente e adotando que todas as premissas são verdadeiras, obtemos: (omitiremos o nome Carol, pois todas as proposições se referem a ela)

$$\left.\begin{array}{l} \text{Carina Amiga} \to \text{Carmen Cunhada} \\ \text{Carmen não Cunhada} \\ \text{Carina não Cunhada} \to \text{Carina Amiga} \end{array}\right\} \text{Verdadeiras}$$

Comecemos da proposição simples: "Carmen não cunhada" = V. Se a proposição "Carmen não cunhada" = V, então sua negação é F, logo: "Carmen cunhada Carol" = F.
Com isso, se "Carmen não cunhada" = V, então para a premissa "Carina Amiga → Carmen Cunhada" ser verdadeira, deveremos ter "Carina Amiga" = F (numa condicional não podemos ter V → F). Daí, teremos:

(F) Carina Amiga → Carmen Cunhada **(F)**
Carmen não Cunhada **(V)**
Carina não Cunhada → Carina Amiga

Do exposto acima concluímos que, se "Carina Amiga" = F, então para a premissa "Carina não Cunhada → Carina Amiga" ser verdadeira, devemos ter que "Carina não Cunhada" = F.

(F) Carina Amiga → Carmen Cunhada **(F)**
(V) Carmen não Cunhada
(F) Carina não Cunhada → Carina Amiga **(F)**

Desta forma, concluímos que:
"Carina Amiga" = F ⇔ Carina não é amiga de Carol.
"Carina não Cunhada" = F ⇔ Carina é Cunhada de Carol.
Resposta: Item B.

03. (ESAF) Celso compra um carro, ou Ana vai à África, ou Rui vai a Roma. Se Ana vai à África, então, Luís compra um Livro. Se Luís compra um livro, então Rui vai a Roma. Ora, Rui não vai a Roma, logo:
a) Ana vai à África ou Luís compra um livro.
b) Celso não compra um carro e Luís não compra o livro.
c) Ana não vai à África e Luís compra um livro.
d) Celso compra um carro e Ana não vai à África.
e) Ana vai à África e Rui não vai a Roma.

SOLUÇÃO:
Representando o argumento simbolicamente, e adotando que todas as premissas são verdadeiras, obtemos:

$$\left.\begin{array}{l} C \text{ ou } A \text{ ou } R \\ A \to L \\ L \to R \\ \sim R \end{array}\right\} \text{Verdadeiras}$$

Iniciando sempre da proposição simples: ~R = V. Se ~R = V, então R = F. Como R = F, então para a premissa L → R ser verdadeira, L = F (numa condicional não podemos ter V → F). Com isso, tem-se:

$$\begin{array}{l} C \text{ ou } A \text{ ou } R \\ A \to L \\ \textbf{(F)}\ L \to R\ \textbf{(F)} \\ \sim R\ \textbf{(V)} \end{array}$$

Se L = F, então para a premissa A → L ser verdadeira, A = F (pois L não pode ser V). Daí:

$$\begin{array}{l} C \text{ ou } A \text{ ou } R \\ \textbf{(F)}\ A \to L\ \textbf{(F)} \\ \textbf{(F)}\ L \to R\ \textbf{(F)} \\ \sim R\ \textbf{(V)} \end{array}$$

Na premissa C ou A ou R, como temos que A = F e R = F, e devemos ter uma proposição verdadeira, então C = V.

$$\begin{array}{l} \textbf{(V)}\ C \text{ ou } \textbf{(F)}\ A \text{ ou } \textbf{(F)}\ R \\ \textbf{(F)}\ A \to L\ \textbf{(F)} \\ \textbf{(F)}\ L \to R\ \textbf{(F)} \\ \textbf{(V)} \sim R \end{array}$$

Finalmente concluímos que:
R = F ⇔ Rui não vai a Roma.
L = F ⇔ Luís não compra o livro.
A = F ⇔ Ana não vai à África.
C = V ⇔ Celso compra um carro.
Resposta: Item D.

Texto para a questão 04.

Considere como premissas as proposições abaixo, que foram construídas a partir de alguns artigos do Código Municipal de Posturas da Prefeitura Municipal de Teresina:
A: Todos os estabelecimentos comerciais devem dispor de lixeira para uso público.

B: Todo proprietário de estabelecimento comercial é responsável pela manutenção da ordem no estabelecimento.

C: Se Mário é o proprietário do terreno, então Mário é o responsável pelo escoamento das águas pluviais que atingirem o terreno.

D: João tem mais de 18 anos ou João não pode comprar bebidas alcoólicas.

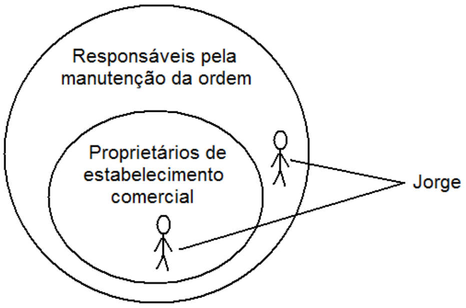
Considerando como V as proposições A, B, C e D e, com base nas definições acima, julgue o item subseqüente.

04. (CESPE) Considerando-se também como premissa, além da proposição B, a proposição “Jorge é responsável pela manutenção da ordem no estabelecimento”, então, está correto colocar como conclusão a proposição “Jorge é proprietário de estabelecimento comercial”.

SOLUÇÃO:
Sejam as premissas:

B: Todo proprietário de estabelecimento comercial é responsável pela manutenção da ordem no estabelecimento.

“Jorge é responsável pela manutenção da ordem no estabelecimento”.



Dizer que Jorge é responsável pela manutenção da ordem no estabelecimento não é suficiente para concluir que ele é dono de estabelecimento.
Resposta: Item Errado.

2º TIPO: A QUESTÃO PEDE A VALIDADE DO ARGUMENTO!

05. (CESPE) Suponha um argumento no qual as premissas sejam as proposições I e II abaixo.

I Se uma mulher está desempregada, então, ela é infeliz.

II Se uma mulher é infeliz, então, ela vive pouco.

Nesse caso, se a conclusão for a proposição “Mulheres desempregadas vivem pouco”, tem-se um argumento correto.

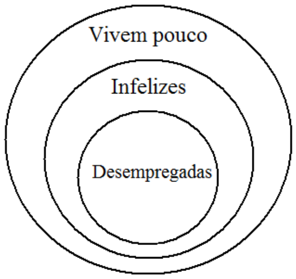
SOLUÇÃO:

1º MÉTODO: DIAGRAMAS

Sabe-se que argumento correto = argumento válido e que a proposição Se A então B = Todo A é B. Se representarmos na forma de diagramas lógicos, para facilitar a resolução, teremos:

I Se uma mulher está desempregada, então, ela é infeliz. = Toda mulher desempregada é infeliz.

II Se uma mulher é infeliz, então, ela vive pouco. = Toda mulher infeliz vive pouco.



Com isso, qualquer mulher que esteja no conjunto das desempregadas, automaticamente estará no conjunto das mulheres que vivem pouco. Portanto, se a conclusão for a proposição “Mulheres desempregadas vivem pouco”, tem-se um argumento correto.
Resposta: Item Certo.

2º MÉTODO: TABELA-VERDADE
Do enunciado, temos as proposições (simbolicamente):

MD → IN
IN → VP
MD

VP

Construindo uma tabela para cada premissa e a conclusão, e tomando apenas aquelas linhas em que todas as premissas são todas verdadeiras, teremos:

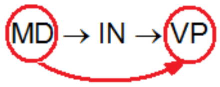
				1ª PREMISSA	2ª PREMISSA	3ª PREMISSA	CONCLUSÃO
	MD	**IN**	**VP**	**MD → IN**	**IN → VP**	**MD**	**VP**
1ª	V	V	V	**V**	**V**	**V**	**V**
2ª	V	V	F	V	F	V	F
3ª	F	V	V	V	V	F	V
4ª	V	F	V	F	V	V	V
5ª	V	F	F	F	V	V	F
6ª	F	V	F	V	F	F	F
7ª	F	F	V	V	V	F	V
8ª	F	F	F	V	V	F	F

Só existe uma linha em que a 1ª, 2ª e 3ª premissas são verdadeira (1ª linha) e nesta linha a conclusão é V. Portanto o argumento é **válido**.
Resposta: Item Certo

3º MÉTODO: ALTERNATIVO!
Seja o argumento:

MD → IN
IN → VP

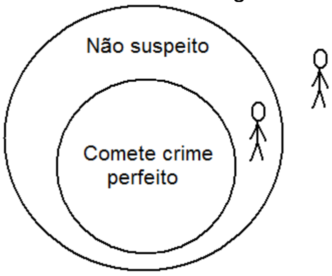
Se colocarmos as proposições em ordem, resumindo o argumento, obteremos: **MD → IN → VP**. Se MD acontece, inevitavelmente chegaremos à VP. Veja:



06. (CESPE) É válido o seguinte argumento: Se Ana cometeu um crime perfeito, então Ana não é suspeita, mas (e) Ana não cometeu um crime perfeito, então Ana é suspeita.

SOLUÇÃO:
1º MÉTODO: DIAGRAMAS
Pelo exemplo do enunciado temos:

Premissas:
Se Ana cometeu um crime perfeito, então Ana não é suspeita.
Ana não cometeu um crime perfeito.
Representando-as na forma de diagramas obtemos:



Se Ana não cometeu um crime perfeito, não podemos afirmar se ela é suspeita ou não. Logo, o argumento é INVÁLIDO.
Resposta: Item Errado.

2º MÉTODO: TABELA-VERDADE
Podemos representar o argumento da seguinte forma: (simbolicamente):

AC → ~AS
~AC

AS

Construindo uma tabela para cada premissa e a conclusão, e tomando apenas aquelas linhas em que todas as premissas são todas verdadeiras, teremos:

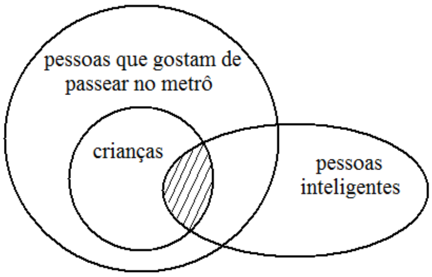
					1ª PREMISSA	2ª PREMISSA	CONCLUSÃO
	AC	**AS**	**~AC**	**~AS**	**AC → ~AS**	**~AC**	**AS**
1ª	V	V	F	F	F	F	V
2ª	V	F	F	V	V	F	F
3ª	F	V	V	F	**V**	**V**	**V**
4ª	F	F	V	V	**V**	**V**	**(F)**

Tomando apenas as linhas em que as premissas são todas verdadeiras (3ª e 4ª linhas), vemos que em uma delas a conclusão é falsa, e quando isso acontece, o argumento é INVÁLIDO.
Resposta: Item Errado.

07. (FCC) Considere que as seguintes afirmações são verdadeiras:
"Toda criança gosta de passear no Metrô de São Paulo."
"Existem crianças que são inteligentes."
Assim sendo, certamente é verdade que:
a) Alguma criança inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
b) Alguma criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente.
c) Alguma criança não inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
d) Toda criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente.
e) Toda criança inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.

SOLUÇÃO:
Representando as proposições na forma de conjuntos teremos:

"Toda criança gosta de passear no Metrô de São Paulo."
"Existem crianças que são inteligentes."



Pelo gráfico, observamos claramente que se todas as crianças gostam de passear no metrô e existem crianças inteligentes, então alguma criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente.
Resposta: Item B.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (ESAF) Surfo ou estudo. Fumo ou não surfo. Velejo ou não estudo. Ora, não velejo. Assim,
a) estudo e fumo.
b) não fumo e surfo.
c) não velejo e não fumo.
d) estudo e não fumo.
e) fumo e surfo.

02. (FCC) Se Alceu tira férias, então Brenda fica trabalhando. Se Brenda fica trabalhando, então Clóvis chega mais tarde ao trabalho. Se Clóvis chega mais tarde ao trabalho, então Dalva falta ao trabalho. Sabendo-se que Dalva não faltou ao trabalho, é correto concluir que
a) Alceu não tira férias e Clóvis chega mais tarde ao trabalho.
b) Brenda não fica trabalhando e Clóvis chega mais tarde ao trabalho.
c) Clóvis não chega mais tarde ao trabalho e Alceu não tira férias.
d) Brenda fica trabalhando e Clóvis chega mais tarde ao trabalho.
e) Alceu tira férias e Brenda fica trabalhando.

03. (ESAF) Se o duende foge do tigre, então o tigre é feroz. Se o tigre é feroz, então o rei fica no castelo. Se o rei fica no castelo, então a rainha briga com o rei. Ora, a rainha não briga com o rei. Logo:
a) o rei não fica no castelo e o duende não foge do tigre.
b) o rei fica no castelo e o tigre é feroz.
c) o rei não fica no castelo e o tigre é feroz.
d) o tigre é feroz e o duende foge do tigre.
e) o tigre não é feroz e o duende foge do tigre.

04. (ESAF) Carmem, Gerusa e Maribel são suspeitas de um crime. Sabe-se que o crime foi cometido por uma ou mais de uma delas, já que podem ter agido individualmente ou não. Sabe-se que, se Carmem é inocente, então Gerusa é culpada. Sabe-se também que ou Maribel é culpada ou Gerusa é culpada, mas não as duas. Maribel não é inocente. Logo,
a) Gerusa e Maribel são as culpadas.
b) Carmem e Maribel são culpadas.
c) somente Carmem é inocente.
d) somente Gerusa é culpada.
e) somente Maribel é culpada.

05. (ESAF) Entre os membros de uma família existe o seguinte arranjo: Se Márcio vai ao shopping, Marta fica em casa. Se Marta fica em casa, Martinho vai ao shopping. Se Martinho vai ao shopping, Mário fica em casa. Dessa maneira, se Mário foi ao shopping, pode-se afirmar que:
a) Marta ficou em casa.
b) Martinho foi ao shopping.
c) Márcio não foi ao shopping e Marta não ficou em casa.
d) Márcio e Martinho foram ao shopping.
e) Márcio não foi ao shopping e Martinho foi ao shopping.

06. (ESAF) O rei ir à caça é condição necessária para o duque sair do castelo, e é condição suficiente para a duquesa ir ao jardim. Por outro lado, o conde encontrar a princesa é condição necessária e suficiente para o barão sorrir e é condição necessária para a duquesa ir ao jardim. O barão não sorriu. Logo:
a) A duquesa foi ao jardim ou o conde encontrou a princesa.
b) Se o duque não saiu do castelo, então o conde encontrou a princesa.
c) O rei não foi à caça e o conde não encontrou a princesa.
d) O rei foi à caça e a duquesa não foi ao jardim.
e) O duque saiu do castelo e o rei não foi à caça.

07. Considere as premissas:
P1. Os bebês são ilógicos.
P2. Pessoas ilógicas são desprezadas.
P3. Quem sabe adestrar um crocodilo não é desprezado.

Assinale a única alternativa que **não** é uma conseqüência lógica das três premissas apresentadas.
a) Bebês não sabem adestrar crocodilos.
b) Pessoas desprezadas são ilógicas.
c) Pessoas desprezadas não sabem adestrar crocodilos.
d) Pessoas ilógicas não sabem adestrar crocodilos.
e) Bebês são desprezados.

08. (CESPE) Julgue o item a seguir.
Considere o seguinte argumento:
Cada prestação de contas submetida ao TCU que apresentar ato antieconômico é considerada irregular.
A prestação de contas da prefeitura de uma cidade foi considerada irregular.
Conclui-se que a prestação de contas da prefeitura dessa cidade apresentou ato antieconômico.
Nessa situação, esse argumento é válido.

09. (FCC) Observe a construção de um argumento:
Premissas:
Todos os cachorros têm asas.
Todos os animais de asas são aquáticos.
Existem gatos que são cachorros.
Conclusão:
Existem gatos que são aquáticos.

Sobre o argumento A, as premissas P e a conclusão C, é correto dizer que:
a) A não é válido, P é falso e C é verdadeiro.
b) A não é válido, P e C são falsos.
c) A é válido, P e C são falsos.
d) A é válido, P ou C são verdadeiros.
e) A é válido se P é verdadeiro e C é falso.

10. (CESPE) É correto o raciocínio lógico dado pela seqüência de proposições seguintes:
Se Antônio for bonito ou Maria for alta, então José será aprovado no concurso.
Maria é alta.
Portanto José será aprovado no concurso.

11. (CESPE) Assinale a opção que apresenta um argumento válido.
a) Quando chove, as árvores ficam verdinhas. As árvores estão verdinhas, logo choveu.
b) Se estudo, obtenho boas notas. Se me alimento bem, me sinto disposto. Ontem estudei e não me senti disposto, logo obterei boas notas mas não me alimentei bem.
c) Se ontem choveu e estamos em junho, então hoje fará frio. Ontem choveu e hoje fez frio. Logo estamos em junho.
d) Choveu ontem ou segunda-feira é feriado. Como não choveu ontem, logo segunda-feira não será feriado.

12. (CESPE) Considere que as proposições listadas abaixo sejam todas V.
I Se Clara não é policial, então João não é analista de sistemas.
II Se Lucas não é policial, então Elias é contador.
III Clara é policial.
Supondo que cada pessoa citada tenha somente uma profissão, então está correto concluir que a proposição “João é contador” é verdadeira.

13. (ESAF) Se Carlos é mais alto do que Paulo, logo Ana é mais alta do que Maria. Se Ana é mais alta do que Maria, João é mais alto do que Carlos. Ora, Carlos é mais alto do que Paulo. Logo:
a) Ana não é mais alta do que Maria ou Paulo é mais alto do que Carlos.
b) Carlos é mais alto do que Maria e Paulo é mais alto do que João.
c) João é mais alto do que Paulo e Paulo é mais alto do que Carlos.
d) Ana é mais alta do que Maria e João é mais alto do que Paulo.
e) Carlos é mais alto do que João ou Paulo é mais alto do que Carlos.

14. (CESPE) Gilberto, gerente de sistemas do TRE de determinada região, após reunir-se com os técnicos judiciários Alberto, Bruno, Cícero, Douglas e Ernesto para uma prospecção a respeito do uso de sistemas operacionais, concluiu que:
Se Alberto usa o Windows, então Bruno usa o Linux.
Se Cícero usa o Linux, então Alberto usa o Windows;
Se Douglas não usa o Windows, então Ernesto também não o faz;
Se Douglas usa o Windows, então Cícero usa o Linux.

Com base nessas conclusões e sabendo que Ernesto usa o Windows, é correto concluir que

a) Cícero não usa o Linux.
b) Douglas não usa o Linux.
c) Ernesto usa o Linux.
d) Alberto usa o Linux.
e) Bruno usa o Linux.

15. (ESAF) Sabe-se que João estar feliz é condição necessária para Maria sorrir e condição suficiente para Daniela abraçar Paulo. Sabe-se, também, que Daniela abraçar Paulo é condição necessária e suficiente para Sandra abraçar Sérgio. Assim, quando Sandra não abraça Sérgio,
a) João está feliz, e Maria não sorri, e Daniela abraça Paulo.
b) João não está feliz, e Maria sorri, e Daniela não abraça Paulo.
c) João está feliz, e Maria sorri, e Daniela não abraça Paulo.
d) João não está feliz, e Maria não sorri, e Daniela não abraça Paulo.
e) João não está feliz, e Maria sorri, e Daniela abraça Paulo.

16. (ESAF) Ou Anaís será professora, ou Anelise será cantora, ou Anamélia será pianista. Se Ana for atleta, então Anamélia será pianista. Se Anelise for cantora, então Ana será atleta. Ora, Anamélia não será pianista. Então:
a) Anaís será professora e Anelise não será cantora.
b) Anaís não será professora e Ana não será atleta.
c) Anelise não será cantora e Ana será atleta.
d) Anelise será cantora ou Ana será atleta.
e) Anelise será cantora e Anamélia não será pianista.

17. (ESAF) Se Carlos é mais velho do que Pedro, então Maria e Júlia têm a mesma idade. Se Maria e Júlia têm a mesma idade, então João é mais moço do que Pedro. Se João é mais moço do que Pedro, então Carlos é mais velho do que Maria. Ora, Carlos não é mais velho do que Maria. Então,
a) Carlos não é mais velho do que Júlia, e João é mais moço do que Pedro.
b) Carlos é mais velho do que Pedro, e Maria e Júlia têm a mesma idade.
c) Carlos e João são mais moços do que Pedro.
d) Carlos é mais velho do que Pedro, e João é mais moço do que Pedro.
e) Carlos não é mais velho do que Pedro, e Maria e Júlia não têm a mesma idade.

18. (ESAF) Sabe-se que existe pelo menos um A que é B. Sabe-se, também, que todo B é C. Segue-se, portanto, necessariamente que:
a) todo C é B.
b) todo C é A.
c) algum A é C.
d) nada que não seja C é A.
e) algum A não é C.

19. (FCC) Observe a construção de um argumento:
Premissas: Todos os cachorros têm asas.
Todos os animais de asas são aquáticos.
Existem gatos que são cachorros.
Conclusão: Existem gatos que são aquáticos.

Sobre o argumento A, as premissas P e a conclusão C, é correto dizer que:

a) A não é válido, P é falso e C é verdadeiro.
b) A não é válido, P e C são falsos.
c) A é válido, P e C são falsos.
d) A é válido, P ou C são verdadeiros.
e) A é válido se P é verdadeiro e C é falso.

20. (CESPE) É correto o raciocínio lógico dado pela seqüência de proposições seguintes:
Se Célia tiver um bom currículo, então ela conseguirá um emprego.
Ela conseguiu um emprego.
Portanto, Célia tem um bom currículo.

21. (CESPE) Considere como premissas de um argumento as seguintes proposições.
I. Se a Secretaria de Recursos Hídricos e Ambiente Urbano do MMA não coordenasse o Programa Água Doce, então não haveria gestão dos sistemas de dessalinização.
II. Há gestão dos sistemas de dessalinização.
Nesse caso, ao se considerar como conclusão a proposição A Secretaria de Recursos Hídricos e Ambiente Urbano do MMA coordena o Programa Água Doce, obtém-se um argumento válido.

22. (ESAF) Considere o seguinte argumento: "Se Soninha sorri, Sílvia é miss simpatia. Ora, Soninha não sorri. Logo, Sílvia não é miss simpatia". Este **não** é um argumento logicamente válido, uma vez que:
a) a conclusão não é decorrência necessária das premissas.
b) a segunda premissa não é decorrência lógica da primeira.
c) a primeira premissa pode ser falsa, embora a segunda possa ser verdadeira.
d) a segunda premissa pode ser falsa, embora a primeira possa ser verdadeira.
e) o argumento só é válido se Soninha na realidade não sorri.

Julgue os itens a seguir:

23. (CESPE) A seguinte argumentação é inválida.
Premissa 1: Todo funcionário que sabe lidar com orçamento conhece contabilidade.
Premissa 2: João é funcionário e não conhece contabilidade.
Conclusão: João não sabe lidar com orçamento.

24. (CESPE) A seguinte argumentação é válida.
Premissa 1: Toda pessoa honesta paga os impostos devidos.
Premissa 2: Carlos paga os impostos devidos.
Conclusão: Carlos é uma pessoa honesta.

CAPÍTULO 4

PRINCÍPIOS DE CONTAGEM (ANÁLISE COMBINATÓRIA)

Os estudos sobre Análise Combinatória foram iniciados no século XVI, pelo matemático italiano Niccollo Fontana (1500-1557), conhecido como Tartaglia. Depois vieram os franceses Pierre de Fermat (1601-1665) e Blaise Pascal (1623- 1662).

Análise Combinatória é um conjunto de procedimentos que possibilita a construção de grupos diferentes formados por um número finito de elementos de um conjunto sob certas circunstâncias. Arranjos, Permutações ou Combinações, são os três tipos principais de agrupamentos, sendo que eles podem ser simples ou com repetição.

Antes de estudarmos os três principais tipos de agrupamentos (Arranjos, Permutações ou Combinações), estudaremos uma operação matemática extremamente importante para os cálculos desses agrupamentos, o chamado fatorial.

FATORIAL (!)

Fatorial de um número natural "n" é o produto de todos os inteiros positivos menores ou iguais a "n". Isso é escrito como n! e lido como "fatorial de n ".

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots 2 \cdot 1$$

EXEMPLOS:

$4! = 4 . 3 . 2 . 1 = 24$
$5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120$
$6! = 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 720$

OBS: Por convenção, sabe-se que: **$0! = 1$**.

OBS$_2$: Da propriedade fundamental dos fatoriais, podemos concluir que: **$n! = n.(n\ 1)!$** , para $n \in N$, $n \geq 3$, Logo:

EXEMPLOS:

$12! = 12.11!$
$17! = 17.16.15!$
$23! = 23.22.21.20!$

PRINC. FUNDAM. DA CONTAGEM

O princípio fundamental da contagem nos diz que: se quisermos saber o total de possibilidades de escolhas entre os elementos de um ou mais grupos de opções devemos multiplicar as quantidades de elementos de cada grupo de opções, desde que se escolha um único elemento de cada grupo. Veja os exemplos a seguir.

EXEMPLO$_1$: Para montar um computador, temos 3 diferentes tipos de monitores, 4 tipos de teclados, 2 tipos de impressora e 3 tipos de "CPU". Qual o numero de diferentes possibilidades de computadores que podem ser montados com essas peças?

SOLUÇÃO:
Basta multiplicamos as opções:

$3 \times 4 \times 2 \times 3 = 72$

Então, temos 72 possibilidades de configurações diferentes para o computador a ser montado.

EXEMPLO$_2$: (NCE) João recebeu o seguinte problema: construa cartazes com quatro letras seguidas de três números. As letras pertencem ao conjunto {I, B, G, E} e podem ser usadas em qualquer ordem sem repetição. Os números devem ser pares e pertencentes ao conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6}, e também podem ser usados em qualquer ordem e sem repetição. O número de cartazes diferentes que João pode confeccionar é:

a) 49 b) 72 c) 98
d) 120 e) 144

SOLUÇÃO:
Os cartazes que João confeccionará devem ter a seguinte estrutura:

__.__.__.__.__.__.__
L L L L P P P

Observe que na questão ele diz que os números são pares (não é um número par de três algarismos e sim três números pares). Logo, o produto das possibilidades será: $4 . 3 . 2 .1 . 3 . 2 . 1 = 144$ possibilidades (cartazes distintos)

EXEMPLO$_3$: No sistema brasileiro de placas de carro, cada placa é formada por três letras e quatro algarismos. Quantas placas podem ser formadas de modo que o número formado pelos algarismos seja par?

SOLUÇÃO:
Primeiro, devemos saber que existem 26 letras no alfabeto e 10 algarismos (de 0 a 9).
Segundo, para que o número formado seja par, teremos de limitar o último algarismo à um número par (5 possibilidades = (0, 2, 4, 6, 8). Depois, basta multiplicar, lembrando que a questão não fala se os termos devem ser distintos, logo, podemos repeti-los:

$$\underline{26} \cdot \underline{26} \cdot \underline{26} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} \cdot \underset{par}{\underline{5}} = 87.880.000$$

Note que na última casa temos apenas 5 possibilidades, pois queremos um número par (0 , 2 , 4 , 6 , 8).
Resposta: existem 87.880.000 placas onde a parte dos algarismos formem um número par.

PRINC. ADITIVO E MULTIPLICATIVO

Nos problemas de contagem em geral, podemos encontrar os termos "e" e "ou" nos enunciados das questões. Na resolução destes problemas devemos proceder da seguinte forma:

"ou" = somam-se as possibilidades.

"e" = multiplicam-se as possibilidades

EXEMPLO:
Quantos pratos diferentes podem ser solicitados por um cliente de restaurante, tendo disponível 3 tipos

de arroz, 2 de feijão, 3 de macarrão, 2 tipos de cervejas e 3 tipos de refrigerante, sendo que o cliente não pode pedir cerveja e refrigerante ao mesmo tempo, e que ele obrigatoriamente tenha de escolher uma opção de cada alimento?

SOLUÇÃO:
De acordo com o enunciado, ele deve escolher para seu prato da seguinte forma: Comida **(e)** Bebida.
Comida:
1 tipo de arroz **(e)** 1 de feijão **(e)** 1 de macarrão.
Bebida:
1 tipo de cerveja **(ou)** 1 tipo de refrigerante.
Logo:
(arroz.feijão.macarrão) . (cerveja + refrigerante) =
= (3 . 2 . 3) . (2 + 3) =
= 18 . 5 =
= 90
Resposta: Existem 90 possibilidades de pratos que podem ser montados com as comidas e bebidas disponíveis.

PERMUTAÇÕES

PERMUTAÇÕES SIMPLES

Definimos Permutações Simples como sendo o número de maneiras de arrumar **n** elementos em **n** posições em que cada maneira se diferencia pela ordem em que os elementos aparecem. Aplicando o Princípio da Multiplicação obtemos a seguinte equação para permutações simples:

$$P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots 2 \cdot 1$$

"A permutação é um tipo especial de arranjo, onde n = p"

EXEMPLO:
Homer e Marge Simpson têm três filhos: Bart, Lisa e Maggie. Eles querem tirar uma foto de recordação na qual todos apareçam lado a lado. Quantas fotos diferentes podem ser registradas?

SOLUÇÃO:
A forma como irão se distribuir corresponde a uma permutação entre eles, então:
$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ formas distintas.

PERMUTAÇÕES COM REPETIÇÃO

Os problemas de permutação de elementos onde um ou mais são repetidos nos agrupamentos, são classificados como permutações com repetição.

Se na permutação de n elementos, existirem alguns elementos que apareçam a vezes, b vezes, c vezes, ..., o número total destas permutações será obtido por:

$$P_n^{a,b,c,\ldots} = \frac{n!}{a!\,b!\,c!\ldots}$$

EXEMPLO:
Anagramas são o resultado de rearranjo das letras de uma palavra, ou seja, são os grupos de letras obtidos mudando as letras de lugar. Quantos anagramas tem a palavra CONCURSO?

SOLUÇÃO:
Letra O = aparece 2 vezes
Letra C = aparece 2 vezes
Logo:

$$P_8^{2,2} = \frac{8!}{2!\,2!} = \frac{8.7.6.5.4.3.2.1}{2\,.\,2} = 10.080$$

Resposta: 10080 anagramas.

EXEMPLO: Lançando-se uma moeda seis vezes, quantas seqüências diferentes de resultados apresentam quatro caras e duas coroas?

SOLUÇÃO:
Alguns problemas podem ser resolvidos usando a permutação com repetição, criando um anagramas para representar a situação.
No caso desta questão, chamando cara e coroa de letras diferentes, como K e C, respectivamente, teremos o seguinte: KKKKCC.
O número de total seqüências é igual ao número de anagramas de KKKKCC, ou seja,

$$P_6^{4,2} = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{6.5.4!}{4!\,.\,2} = \frac{6.5}{2} = 15 \text{ seqüências}$$

PERMUTAÇÃO CIRCULAR

A permutação circular nada mais é do que permutar os elementos de um conjunto em torno de um referencial fixo. Normalmente são utilizadas nas questões mesas circulares, mas podem ser quadradas, pentagonais, hexagonais, etc. A permutação circular de n elementos é dada por:

$$PC_n = P_{n-1} = (n-1)!$$

EXEMPLO$_1$: De quantas maneiras distintas 4 pessoas podem sentar-se em uma mesa quadrada?

SOLUÇÃO:
Como já dissemos, para ocorrer uma permutação circular, não é preciso que seja em uma mesa redonda. Na mesa quadrada, também devemos fixar um dos quatro e permutar os outros três, logo
$PC_4 = P_{4-1} = (4-1)! = 3! = 3.2.1 = 6$ maneiras distintas

EXEMPLO$_2$:
Uma artesã produz colares de 6 contas e, para isso, dispõe de 6 cores diferentes. Quantos colares diferentes podem ser feitos usando 6 contas, todas de cores distintas?

SOLUÇÃO:
Para formar colares diferentes basta permutar as contas. Porém não se trata de uma permutação comum, trata-se de uma permutação circular. Logo, o número total de colares distintos que podem ser feitos usando 6 contas, todas de cores distintas é:
$PC_6 = P_{6-1} = (6-1)! = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ colares distintos.

ARRANJOS

Arranjos Simples são agrupamentos formados com n elementos, (n>p) de forma que os n elementos sejam distintos entre si pela ordem ou pela espécie. O cálculo do arranjo simples é feito da seguinte forma:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

OBS: As questões de arranjo também podem ser calculadas utilizando-se o princípio fundamental da contagem. Este é o método que utilizaremos, para facilitar os cálculos.

EXEMPLO$_1$: Numa estrada de ferro há 10 estações. Quantos bilhetes deverão ser impressos, de modo que cada um deles contenha as estações de partida e de chegada?

SOLUÇÃO:
1º MÉTODO: Com a fórmula.

$$A_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = \frac{10.9.8!}{8!} = 90\,\text{bilhetes}$$

2º MÉTODO: Sem fórmula (Princ. Fund. Da Contagem).
Sabendo que cada bilhete tem: chegada e saída, então teremos:

$$\underset{\text{saída}}{\underline{10}} \cdot \underset{\text{chegada}}{\underline{9}} = 90\,\text{bilhetes}$$

EXEMPLO$_2$: Quatro amigos vão ao cinema e escolhem, para sentar-se, uma fila em que há seis lugares disponíveis. De quantas maneiras possíveis eles poderão preencher esses 4 lugares?:

SOLUÇÃO:
1º MÉTODO: Com a fórmula.
Nesta questão temos 6 pessoas para 4 cadeiras, logo, como nesta questão importa a ordem, temos um arranjo de 6 posições tomadas 4 a 4, portanto

$$A_{6,4} = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6.5.4.3.2!}{2!} = 360\,\text{maneiras}$$

2º MÉTODO: Sem fórmula (Princ. Fund. Da Contagem).
Poderemos fazer a questão como se fossem 6 pessoas para 4 lugares, pois o cálculo é o mesmo! Logo, teríamos:

$$\underline{6} \cdot \underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} = 360\,\text{maneiras}$$

COMBINAÇÕES

Combinação é o tipo de agrupamento em que um grupo é diferente do outro apenas pela natureza dos elementos componentes. Ou seja, a ordem da escolha não importa. O número de combinações de n elementos organizados em grupos de p elementos é dado por:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

EXEMPLO$_1$: Em um desfile de moda com 8 semi finalistas, o júri deve escolher 3 para serem as finalistas que concorrem ao título de rainha. De quantas maneiras diferentes podemos ter esse resultado?

SOLUÇÃO: Temos aqui uma combinação de 8 pessoas tomadas 3 a 3, pois será um conjunto de 3 pessoas , logo não importa a ordem, portanto:

$$C_{8,3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!\,5!} = \frac{8.7.6.5!}{3.2.5!} = 56\,\text{maneiras}$$

EXEMPLO$_2$: Uma empresa é formada por 6 sócios brasileiros e 4 japoneses. De quantos modos podemos formar uma diretoria de 5 sócios, sendo 3 brasileiros e 2 japoneses?

SOLUÇÃO:
Brasileiros:

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3!\,3!} = \frac{6.5.4.3!}{3.2.3!} = 20$$

Japoneses:

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{4.3.2.1}{2.2} = 6$$

A diretoria deverá ter 3 brasileiros **(e)** 2 japoneses, portanto multiplica-se os resultados:
Resposta: 20 . 6 = 120 formas.

ARRANJO X COMBINAÇÃO:

Como no arranjo a ordem dos elementos de certo agrupamento importa, e na combinação a ordem dos elementos de certo agrupamento não importa, teremos sempre: $A_{n,p} \geq C_{n,p}$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (CESPE) Considere que, em um edifício residencial, haja uma caixa de correspondência para cada um de seus 79 apartamentos e em cada uma delas tenha sido instalada uma fechadura eletrônica com código de 2 dígitos distintos, formados com os algarismos de 0 a 9. Então, de todos os códigos assim formados, 11 deles não precisaram ser utilizados.

02. (FCC) Teófilo foi a um caixa eletrônico retirar algum dinheiro e, no instante em que foi digitar a sua senha, não conseguiu lembrar de todos os quatro algarismos que a compunham. Ocorreu-lhe, então, que sua senha não tinha algarismos repetidos, era um número par e o algarismo inicial era 8. Quantas senhas poderiam ser obtidas a partir do que Teófilo lembrou?
a) 224 b) 210 c) 168
d) 144 e) 96

03. De um grupo de 8 pessoas serão escolhidos 3 para ser o gerente, o caixa e o vendedor de uma loja. De quantas maneiras pode ser feita essa escolha?
a) 24 b) 56
c) 336 d) 1444

04. Uma seleção possui 8 candidatos para 3 vagas de vendedor de uma loja. De quantas maneiras pode ser feita essa escolha?

a) 24 b) 56
c) 336 d) 1444

05. De um grupo de 8 matemáticos e 6 físicos de uma universidade, serão escolhidos três profissionais para representá-la em uma reunião, sendo 3 matemáticos ou 3 físicos. Quantos grupos diferentes poderão ser formados?

a) 20 b) 56
c) 76 d) 1120

06. A construtora Alfa possui 8 engenheiros e 6 arquitetos, dos quais serão escolhidos 3 engenheiros e 3 arquitetos para projetar o empreendimento Beta. Quantas equipes diferentes poderão ser formadas para esse empreendimento?

a) 20 b) 56
c) 76 d) 1120

07. Uma construtora possui 8 engenheiros e 6 arquitetos. Quantas equipes, com três profissionais, poderão ser formadas, de forma que figure nessa equipe pelo menos um engenheiro e pelo menos um arquiteto?

a) 560 b) 480
c) 364 d) 288

08. (CESGRANRIO) Um restaurante oferece cinco ingredientes para que o cliente escolha no mínimo 2 e no máximo 4 para serem acrescentados à salada verde. Seguindo esse critério, de quantos modos um cliente pode escolher os ingredientes que serão acrescentados em sua salada?

a) 25 b) 30 c) 36
d) 42 e) 50

09. (CESPE) Considere que se deseje formar 3 comissões distintas com os 15 representantes dos países do grupo dos megadiversos: uma comissão terá 9 membros e as outras duas, 3 membros cada uma. Supondo que cada país tenha um representante e que este atue somente em uma comissão, é correto concluir que existem mais de 100.000 maneiras distintas de se constituírem essas comissões.

10. O número de anagramas da palavra **ESCRIVÃO** que começam por vogal é:

a) 4! b) 4.7! c) 4.8!
d) 7! e) 8!

11. (FCC) A quantidade de números inteiros, positivos e ímpares, formados por três algarismos distintos, escolhidos dentre os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, é igual a:

a) 320 b) 332 c) 348
d) 360 e) 384

12. (CESGRANRIO) Um fiscal do Ministério do Trabalho faz uma visita mensal a cada uma das cinco empresas de construção civil existentes no município. Para evitar que os donos dessas empresas saibam quando o fiscal as inspecionará, ele varia a ordem de suas visitas. De quantas formas diferentes esse fiscal pode organizar o calendário de visita mensal a essas empresas?

a) 180 b) 120 c) 100
d) 150 e) 60

13. (CESPE) Um policial civil possui uma vestimenta na cor preta destinada às solenidades festivas, uma vestimenta com estampa de camuflagem, para operações nas florestas. Para o dia-a-dia, ele possui uma calça na cor preta, uma calça na cor cinza, uma camisa amarela, uma camisa branca e uma camisa preta. Nessa situação, se as vestimentas de ocasiões festivas, de camuflagem e do dia-a-dia não podem ser misturadas de forma alguma, então esse policial possui exatamente 7 maneiras diferentes de combinar suas roupas.

14. (ESAF) Uma empresa possui 20 funcionários, dos quais 10 são homens e 10 são mulheres. Desse modo, o número de comissões de 5 pessoas que se pode formar com 3 homens e 2 mulheres é:

a) 1650 b) 165 c) 5830
d) 5400 e) 5600

15. (CESPE) Considerando que as matrículas funcionais dos servidores de um tribunal sejam formadas por 5 algarismos e que o primeiro algarismo de todas a matrículas seja o 1 ou o 2, então a quantidade máxima de matrículas funcionais que poderão ser formadas é igual a:

a) 4×10^3 b) 1×10^4 c) 2×10^4
d) 2×10^5 e) 3×10^5

16. (UECE) Com um grupo de 15 pessoas, do qual fazem parte Lúcia e José, o número de comissões distintas que se podem formar com 5 membros, incluindo, necessariamente, Lúcia e José, é:

a) 3003 b) 792
c) 455 d) 286

17. (CESPE) Em um tribunal, o desembargador tem a sua disposição 10 juízes para distribuir 3 processos para julgamento: um da área trabalhista, outro da área cível e o terceiro da área penal. Nesse tribunal, todos os juízes têm competência para julgar qualquer um dos 3 processos, mas cada processo será distribuído para um único juiz, que julgará apenas esse processo. Nessa situação, o desembargador tem mais de 700 formas diferentes para distribuir os processos.

18. Para entrar na sala da diretoria de uma empresa é preciso abrir dois cadeados. Cada cadeado é aberto por meio de uma senha. Cada senha é constituída por 3 algarismos distintos. Nessas condições, o número máximo de tentativas para abrir os cadeados é:

a) 518.400
b) 1.440 c) 720
d) 120 e) 54

19. (CESGRANRIO) Para ter acesso a um arquivo, um operador de computador precisa digitar uma seqüência de 5 símbolos distintos, formada de duas letras e três algarismos. Ele se lembra dos símbolos, mas não da seqüência em que aparecem. O maior número de tentativas diferentes que o operador pode fazer para acessar o arquivo é:

a) 115 b) 120 c) 150
d) 200 e) 249

20. (CESPE) Considere que um código seja constituído de 4 letras retiradas do conjunto {q, r, s, t, u, v, w, x, y, z}, duas barras e 2 algarismos, escolhidos entre os algarismos de 0 a 9. Nessa situação, se forem permitidas repetições das letras e dos algarismos, então o número de possíveis códigos distintos desse tipo será igual a $10^2 (10^2 + 1)$.

21. (UECE) Dos 21 vereadores de uma Câmara Municipal, 12 são homens e 9 são mulheres. O número de Comissões de vereadores, constituídas com 5 membros, de forma a manter-se sempre 3 participantes de um sexo e 2 do outro, é igual a:
a) 10.364 b) 11.404
c) 12.436 d) 13.464

22. (FCC) Quatro casais compram ingressos para oito lugares contíguos em uma mesma fila no teatro. O número de diferentes maneiras em que podem sentar-se de modo a que a) homens e mulheres sentem-se em lugares alternados; e que b) todos os homens sentem-se juntos e que todas as mulheres sentem-se juntas, são, respectivamente,
a) 1152 e 1152 b) 1152 e 1100 c) 1112 e 1152
d) 384 e 1112 e) 112 e 384

23. (UECE) Bruno fez 1(um) jogo na SENA, apostando nos 6 (seis) números 8, 18, 28, 30, 40 e 50. Automaticamente, Bruno também estará concorrendo à quina (grupo de 5 números), à quadra (grupo de 4 números) e ao terno (grupo de 3 números), a partir do grupo inicialmente apostado. Se n é o número de quinas, q o número de quadras e p o número de ternos incluídos na aposta de Bruno, então n+ q + p é igual a:
a) 12 b) 41
c) 60 d) 81

24. (CESPE) Caso 5 servidores em atividade e 3 aposentados se ofereçam como voluntários para a realização de um projeto que requeira a constituição de uma comissão formada por 5 dessas pessoas, das quais 3 sejam servidores em atividade e os outros dois, aposentados, então a quantidade de comissões distintas que se poderá formar será igual a
a) 60. b) 30. c) 25.
d) 13. e) 10.

25. (CESPE) Em um tribunal, deve ser formada uma comissão de 8 pessoas, que serão escolhidas entre 12 técnicos de informática e 16 técnicos administrativos. A comissão deve ser composta por 3 técnicos de informática e 5 técnicos administrativos. Nessa situação, a quantidade de maneiras distintas de se formar a comissão pode ser corretamente representada por $\frac{12!}{3!x9!} + \frac{16!}{5!x11!}$.

CAPÍTULO 5
PROBABILIDADE

INTRODUÇÃO

A palavra probabilidade deriva do Latim *probare* (provar ou testar). Informalmente, provável é uma das muitas palavras utilizadas para eventos incertos ou conhecidos, sendo também substituída por algumas palavras como "sorte", "risco", "azar", "incerteza", "duvidoso", dependendo do contexto.

Tal como acontece com a teoria da mecânica, que atribui definições precisas a termos de uso diário, como trabalho e força, também a teoria das probabilidades tenta quantificar a noção de provável.

CONCEITO DE PROBABILIDADE

EXPERIMENTO ALEATÓRIO (EVENTO)

É aquele experimento que quando repetido em iguais condições, podem fornecer resultados diferentes, ou seja, são resultados explicados ao acaso. Quando se fala de tempo e possibilidades de ganho na loteria, a abordagem envolve cálculo de experimento aleatório.

ESPAÇO AMOSTRAL

É o conjunto de todos os **resultados possíveis** de um experimento aleatório. A letra que representa o espaço amostral, é S.

EXEMPLO: Lançando uma moeda e um dado, simultaneamente, sendo S o espaço amostral, constituído pelos 12 elementos:

S = {K1, K2, K3, K4, K5, K6, R1, R2, R3, R4, R5, R6}

PROBABILIDADE DE UM EVENTO

Dado um espaço amostral E, com n(E) elementos, e um evento A de E, com n(A) elementos, a probabilidade do evento A é o P(A) tal que:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{\text{Nº de casos favoráveis}}{\text{Nº de casos possíveis}}$$

RESUMINDO

Chama-se **experimento aleatório** àquele cujo resultado é imprevisível, porém pertence necessariamente a um conjunto de resultados possíveis denominado **espaço amostral**.

Qualquer subconjunto desse espaço amostral é denominado **evento**.

Se este subconjunto possuir apenas um elemento, o denominamos evento elementar.

IMPORTANTE:

$0 \le P(A) \le 1$
P(A) = 0 ➔ Evento impossível.
P(A) = 1 ➔ Evento certo.

EXEMPLO: Num baralho de 52 cartas, qual a probabilidade de retirarmos uma carta e sair uma dama?

SOLUÇÃO:
Num baralho de 52 cartas temos 4 damas (ouros, copas, paus e espadas). Logo:

n(A) = 4 e n(E) = 52

Com isso:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

PROB. DO EVENTO COMPLEMENTAR

Dois eventos são complementares quando a soma das probabilidades de cada um acontecer é igual a 1. Sejam:

A = evento de um espaço amostral U.
A' = evento complementar de A.

Então:

$$P(A) + P(\bar{A}') = 1$$

EXEMPLO: Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 a 10. Retira-se ao acaso, uma bola dessa urna. Qual a probabilidade do número obtido:
a) ser divisível por 3?
b) não ser divisível por 3?

SOLUÇÃO:
a) ser divisível por 3?

n(E) = 10
n(A) = 3 ➔ bolas de nº 3, 6 e 9.

Logo:

$$P(A) = \frac{3}{10} = 0{,}3 \text{ ou } 30\%$$

b) não ser divisível por 3?
Como este evento é complementar ao evento do item a, então:

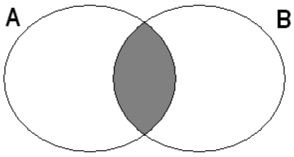
P(A') = 1 – P(A)
P(A') = 1 – 0,3
P(A') = 0,7 ou 70%

PROB. DE 2 OU MAIS EVENTOS

PROBABILIDADE DA INTERSEÇÃO (A e B)

Sejam A e B dois eventos, a probabilidade de ocorrer os eventos A **e** B será dado por:

A ∩ B

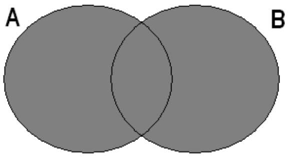


$$P(A \text{ e } B) = P(A)\ .\ P(B)$$

PROBABILIDADE DA UNIÃO (A ou B)

Sejam A e B dois eventos, a probabilidade de ocorrer os eventos A **ou** B será dado por:

A ∪ B



P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B)

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A)\ .\ P(B)$$

EXEMPLO: Se dois dados, azul e branco, forem lançados, qual a probabilidade de sair 5 no azul ou 3 no branco?

SOLUÇÃO:
Considerando os eventos:

A: Tirar 5 no dado azul e P(A) = 1/6
B: Tirar 3 no dado branco e P(B) = 1/6

Sendo E o espaço amostral de todos os possíveis resultados, temos:

n(E) = 6 . 6 = 36 possibilidades.

Daí, temos:

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}.$$

OBS: Se os eventos forem **mutuamente exclusivos**, ou seja, quando não há a possibilidade de ocorrência simultânea de ambos os eventos, a probabilidade de ocorrer A **ou** B será:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Dado que P(A ∩ B) = 0 então:

PROBABILIDADE CONDICIONAL

Antes da realização de um experimento, é necessário que já tenha alguma informação sobre o evento que se deseja observar. Nesse caso, o espaço amostral se modifica e o evento tem a sua probabilidade de ocorrência alterada.

Com isso a probabilidade de ocorrer um evento B, já tendo ocorrido um evento A antes, será dada por:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

EXEMPLO: Uma urna tem 30 bolas, sendo 10 vermelhas e 20 azuis. Se ocorrer um sorteio de 2 bolas, uma de cada vez e sem reposição, qual será a probabilidade de a primeira ser vermelha e a segunda ser azul?

SOLUÇÃO:
Seja o espaço amostral E = 30 bolas. Considere os seguintes eventos:

A: vermelha na primeira retirada e P(A) = 10/30
B: azul na segunda retirada e P(B/A) = 20/29

Assim:

P(A e B) = P(A).P(B/A) = 10/30.20/29 = 20/87

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Uma urna contém dez bolas numeradas de 1 à 10. Determine a probabilidade de ocorrerem os seguintes casos:
a) retirar um 9.
b) retirar um número par.
c) retirar um número primo.
d) retirar dois números ímpares seguidos, com reposição.
e) retirar três números ímpares seguidos, sem reposição.

SOLUÇÃO:
a) retirar um 9.
SOLUÇÃO: P(9) = 1/10 = 10%

b) retirar um número par.
SOLUÇÃO: P(PAR) = 5/10 = 1/2 = 50%

c) retirar um número primo.
SOLUÇÃO: P(PRIMO) = 4/10 = 40%

d) retirar dois números ímpares seguidos, com reposição.
SOLUÇÃO: P(II) = (5/10).(5/10) = 25/100 = 25%

e) retirar três números ímpares seguidos, sem reposição.
SOLUÇÃO: P(III) = (5/10).(4/9).(3/8) = 1/12

02. No lançamento de moedas não viciadas, determine o que se pede:
a) a probabilidade de lançar uma moeda e o resultado ser cara.
b) a probabilidade de lançar duas moedas e ambas terem cara como resultado
c) a probabilidade de lançar três moedas e todas terem cara como resultado.
d) a probabilidade de lançar três moedas e pelo menos uma ter cara como resultado.

SOLUÇÃO:
Admitindo que K = cara, obtemos:

a) a probabilidade de lançar uma moeda e o resultado ser cara.
P(K) = 1/2 = 50%

b) a probabilidade de lançar duas moedas e ambas terem cara como resultado
P(KK) = P(K).P(K) = 1/2.1/2 = 1/4 = 25%

c) a probabilidade de lançar três moedas e todas terem cara como resultado.
P(KKK) = P(K).P(K).P(K) = 1/2.1/2.1/2 = 1/8 = 12,5%

d) a probabilidade de lançar três moedas e pelo menos uma ter cara como resultado.
P = 1 – P(KKK) = 1 – P(K).P(K).P(K) = 1 – 1/2.1/2.1/2 = 1 – 1/8 = 100% – 12,5% = 87,5%

03. No município de Sobral, no Ceará, houve 6 anos de seca no período de 1901 a 1966 (66 anos). Qual a probabilidade de serem secos os dois próximos anos?

SOLUÇÃO:
A probabilidade de seca é de:
P = 6/66 = 1/11
Logo, a probabilidade de serem secos os dois próximos anos será de:
P = 1/11 . 1/11 = 1/121

04. Uma urna P contém 4 bolas brancas e 5 vermelhas; uma urna Q contém 3 bolas brancas, 4 vermelhas e 5 pretas. Qual a probabilidade de retirar-se duas bolas da urna P e outra da urna Q, de modo que elas sejam brancas?

SOLUÇÃO:
1) Probabilidade de retirar-se duas bolas da urna P e elas serem brancas (como a questão não fala nada, será com reposição):
P_P = 4/9 . 4/9 = 16/81
2) Probabilidade de retirar-se uma bola da urna Q e ela ser branca:
P_Q = 3/12 = 1/4
Logo, a probabilidade de retirar-se duas bolas da urna P e outra da urna Q, de modo que elas sejam brancas será?
P = 16/81 . 1/4 = 4/81

05. (FCC) Os registros mostram que a probabilidade de um vendedor fazer uma venda em uma visita a um cliente potencial é 0,4. Supondo que as decisões de compra dos clientes são eventos independentes, então a probabilidade de que o vendedor faça no mínimo uma venda em três visitas é igual a:
a) 0,624 b) 0,064 c) 0,216
d) 0,568 e) 0,784

SOLUÇÃO:
Nesta questão basta lembrarmos de eventos complementares e a resolução se tornará bem mais fácil. Veja
Probabilidade de fazer uma venda = 0,4
Probabilidade de não fazer uma venda = 0,6

Logo, a probabilidade de que o vendedor não faça nenhuma venda em três visitas é igual a:
P = 0,6 . 0,6 . 0,6
P = 0,216
Como estes dois eventos são complementares, a probabilidade de que o vendedor faça no mínimo uma venda em três visitas é igual a:
P’ = 1 – 0,216
P’ = 0,784
Resposta: opção E.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. Escolhido ao acaso um elemento do conjunto de divisores positivos de 60, a probabilidade de que ele seja primo é:
a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4
d) 1/5 e) 1/6

02. (CESPE) Uma empresa fornecedora de armas possui 6 modelos adequados para operações policiais e 2 modelos inadequados. Nesse caso, se a pessoa encarregada da compra de armas para uma unidade da

polícia ignorar essa adequação e solicitar ao acaso a compra de uma das armas, então a probabilidade de ser adquirida uma arma inadequada é inferior a 1/2.

03. (CESGRANRIO) A probabilidade de um inteiro n, $1 \leq n \leq 999$, ser um múltiplo de 9 é:
a) 1/999 b) 1/10 c) 2/9
d) 1/3 e) 1/9

04. (CESGRANRIO) Em um lance com dois dados, a probabilidade de obtenção de soma de pontos menor ou igual a 5 vale:
a) 5/36 b) 1/6 c) 5/12
d) 1/3 e) 5/18

05. O senhor Otimista enviou 150 cartas para um concurso, no qual seria sorteada uma só carta de um total de 5500 cartas. A probabilidade dele uma das cartas do senhor Otimista ser sorteada é:
a) 3/55 b) 3/110 c) 1/5350
d) 1/5499 e) 1/5500

06. Ao se retirar uma carta de um baralho, qual a probabilidade de ocorrer uma dama ou um número par, sabendo que o baralho tem 52 cartas?

07. Um casal planeja ter três filhos. Qual a probabilidade de nascerem dois homens e uma mulher?

08. (CESPE) Suponha que as probabilidades de os planos P1 e P2, referidos no texto, terem 100% de suas metas atingidas sejam, respectivamente, iguais a 0,3 e 0,4, e que ambos estejam em andamento independentemente um do outro. Nesse caso, a probabilidade de pelo menos um desses planos ter suas metas plenamente atingidas é superior a 0,7.

09. (CESGRANRIO) Uma vila tem 60 moradores, 36 dos quais do sexo masculino. Duas pessoas são escolhidas aleatoriamente para representar a vila numa reunião com a prefeitura para discutir uma certa proposta. A probabilidade de que as duas pessoas indicadas sejam do sexo masculino é, aproximadamente, de:
a) 22,8% b) 25,0% c) 29,8%
d) 35,6% e) 38,0%

10. Uma urna contém 4 bolas brancas e 6 vermelhas. Uma bola é retirada e reposta na urna. Em seguida, uma segunda bola é retirada. Qual a probabilidade de as bolas retiradas serem brancas?

11. (FCC) A tabela abaixo apresenta dados parciais sobre a folha de pagamento de um Banco:

Faixa salarial, em reais	Número de empregados
300 – 500	52
500 – 700	30
700 – 900	25
900 – 1100	20
1100 – 1300	16
1300 – 1500	13
Total	156

Um desses empregados foi sorteado para receber um prêmio. A probabilidade desse empregado ter seu salário na faixa de R$ 300,00 a R$ 500,00 é:
a) 1/3 b) 2/5 c) 1/2
d) 3/5 e) 7/10

12. (ESAF) Carlos sabe que Ana e Beatriz estão viajando pela Europa. Com as informações que dispõe, ele estima corretamente que a probabilidade de Ana estar hoje em Paris é 3/7, que a probabilidade de Beatriz estar hoje em Paris é 2/7, e que a probabilidade de ambas, Ana e Beatriz, estarem hoje em Paris é 1/7. Carlos, então, recebe um telefonema de Ana informando que ela está hoje em Paris. Com a informação recebida pelo telefonema de Ana, Carlos agora estima corretamente que a probabilidade de Beatriz também estar hoje em Paris é igual a
a) 1/7 b) 1/3 c) 2/3
d) 5/7 e) 4/7

13. São lançadas 4 moedas distintas e não viciadas. Qual é a probabilidade de resultar exatamente 2 caras e 2 coroas?
a) 25% b) 37,5% c) 42%
d) 44,5% e) 50%

14. Qual a probabilidade de se obter um número divisível por 5, na escolha ao acaso de uma das permutações dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5?
a) 5 b) 1/5 c) 1
d) 4 e) 1/4

15. (ESAF) Em uma sala de aula estão 4 meninas e 6 meninos. Três das crianças são sorteadas para constituírem um grupo de dança. A probabilidade de as três crianças escolhidas serem do mesmo sexo é:
a) 0,10 b) 0,12 c) 0,15
d) 0,20 e) 0,24

16. (CESGRANRIO) Um arquivo contém 24 fichas, numeradas de 1 a 24. Retira-se ao acaso uma ficha. A probabilidade de se tirar uma ficha com o número maior ou igual a 15 é aproximadamente igual a:
a) 20,93% b) 37,50% c) 41,67%
d) 43,48% e) 50%

17. De um grupo de 200 estudantes, 80 estão matriculados em Francês, 110 em Inglês e 40 não estão matriculados nem em Inglês nem em Francês. Seleciona-se, ao acaso, um dos 200 estudantes. A probabilidade de que o estudante selecionado esteja matriculado em pelo menos uma dessas disciplinas (isto é, em Inglês ou em Francês) é igual a
a) 30/200 b) 130/200 c) 150/200
d) 160/200 e) 190/200

18. (FCC) Marcelo Augusto tem cinco filhos: Primus, Secundus, Tertius, Quartus e Quintus. Ele sorteará, entre seus cinco filhos, três entradas para a peça *Júlio César*, de Sheakespeare. A probabilidade de que Primus e Secundus, ambos, estejam entre os sorteados, ou que Tertius e Quintus, ambos, estejam entre os sorteados, ou que sejam sorteados Secundus, Tertius e Quartus, é igual a

a) 0,500 b) 0,375 c) 0,700
d) 0,072 e) 1,000

19. A urna A contém três bolas vermelhas e uma branca; a urna B contém uma vermelha e duas brancas. Tira-se uma bola de cada urna. Qual a probabilidade de que sejam de cores diferentes?

20. (CESGRANRIO) Um levantamento feito em determinada empresa, sobre o tempo de serviço de seus funcionários, apresentou o resultado mostrado na tabela abaixo:

	Homens	Mulheres	Total
10 anos ou mais	33	21	54
Menos de 10 anos	48	24	72
Total	81	45	126

Um prêmio será sorteado entre os funcionários que trabalham há pelo menos 10 anos nessa empresa. A probabilidade de que o ganhador seja uma mulher é de:
a) 1/6 b) 5/6 c) 4/9
d) 7/18 e) 11/18

21. (UFC) Oito pessoas, sendo 5 homens e 3 mulheres, serão organizadas em uma fila. A probabilidade das pessoas do mesmo sexo ficarem juntas é:
a) 1/28 b) 1/18 c) 3/28
d) 5/18 e) 1/38

22. (CESGRANRIO) Numa cidade A, 20% das pessoas moram em apartamentos. Na cidade B, esse percentual é de 36% e, na cidade C, é de 75%. Se escolhermos ao acaso uma pessoa de cada cidade, a probabilidade de que todas morem em apartamentos é de:
a) 5,4% b) 12,6% c) 21,8%
d) 32,1% e) 43,7%

23. (FCC) Quando Lígia para em um posto de gasolina, a probabilidade de ela pedir para verificar o nível de óleo é 0,28; a probabilidade de ela pedir para verificar a pressão dos pneus é 0,11 e a probabilidade de ela pedir para verificar ambos, óleo e pneus, é 0,04. Portanto, a probabilidade de Lígia parar em um posto de gasolina e não pedir nem para verificar o nível de óleo e nem para verificar a pressão dos pneus é igual a:
a) 0,25 b) 0,35 c) 0,45
d) 0,15 e) 0,65

24. (CESPE) Em um setor de uma fábrica trabalham 10 pessoas que serão divididas em 2 grupos de 5 pessoas cada para realizar determinadas tarefas. João e Pedro são duas dessas pessoas. Nesse caso, a probabilidade de João e Pedro ficarem no mesmo grupo é
a) inferior a 0,36.
b) superior a 0,36 e inferior a 0,40.
c) superior a 0,40 e inferior a 0,42.
d) superior a 0,42 e inferior a 0,46.
e) superior a 0,46.

CAPÍTULO 6

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

CONJUNTO

O conjunto representa uma coleção de objetos que podem ser infinitos ou finitos.

EXEMPLO:
a. O conjunto de todos os brasileiros. (finito)
b. O conjunto de todos os números naturais. (infinito)
c. O conjunto dos dias da semana.

Em geral, um conjunto é denotado por uma letra maiúscula do alfabeto: A, B, C, ..., Z.

ELEMENTO

Elemento é um dos componentes de um conjunto.

EXEMPLO:
a. José da Silva é um elemento do conjunto dos brasileiros.
b. 1 é um elemento do conjunto dos números naturais.
c. -2 é um elemento do conjunto dos números reais que satisfaz à equação $x^2 - 4 = 0$.

Em geral, um elemento de um conjunto, é denotado por uma letra minúscula do alfabeto: a, b, c, ..., z.

REPRESENTAÇÕES DOS CONJUNTOS

Muitas vezes, um conjunto é representado com os seus elementos dentro de duas chaves {e} através de duas formas básicas e de uma terceira forma geométrica:

1) Apresentação: Os elementos do conjunto estão dentro de duas chaves { e }.

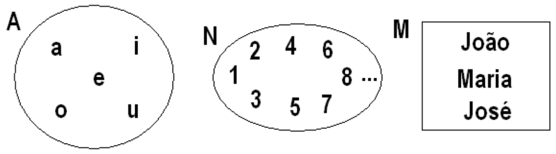
EXEMPLO:
a. A = {a,e,i,o,u}
b. N = {1,2,3,4,...}
c. M = {João,Maria,José}

2) Descrição: O conjunto é descrito por uma ou mais propriedades.

EXEMPLO:
a. A = {x / x é uma vogal}
b. N = {x / x é um número natural}
c. M = {x / x é uma pessoa da família de Maria}

3) Diagrama de Venn-Euler: Os conjuntos são mostrados graficamente.

EXEMPLO:



CONJUNTOS ESPECIAIS

Conjunto vazio: É um conjunto que não possui elementos. É representado por { } ou por Ø. O conjunto vazio está contido em todos os conjuntos.
Conjunto unitário: É um conjunto que possui apenas um único elemento.
Conjunto universo: É um conjunto que contém todos os elementos do contexto no qual estamos trabalhando e também contém todos os conjuntos desse contexto. O conjunto universo é representado por uma letra U. Na sequência não mais usaremos o conjunto universo.

RELAÇÕES DE PERTINÊNCIA E INCLUSÃO

Relacionando elemento e conjunto utilizaremos:
$\in$ ou $\notin$.
Relacionando conjunto e conjunto utilizaremos:
$\subset$ ou $\not\subset$.

EXEMPLO: Sejam os conjuntos A = {1, 2, 3, 4, 5, 6,7} e B = {2,4, 6}, então:

1 $\in$ A ; 5 $\notin$ B ; {1, 2, 3} $\subset$ A ; B $\subset$ A ; A $\not\subset$ B ; etc.

SUBCONJUNTOS (CONJUNTO DAS PARTES)

Dados os conjuntos A e B, diz-se que A está contido em B, denotado por A $\subset$ B, se todos os elementos de A também estão em B. Algumas vezes diremos que um conjunto A está contido em B, quando o conjunto B, além de conter os elementos de A, contém também outros elementos. O conjunto A é denominado subconjunto de B e o conjunto B é o superconjunto que contém A.

EXEMPLO: Quais os subconjuntos do conjunto A = {1, 2, 3}?
SOLUÇÃO: Descrevendo todos eles, teremos:
{ }, {1}, {2}, { 3 }, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3}.

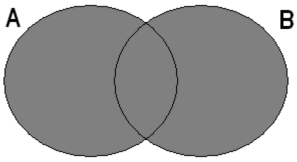
- Como já sabemos, o conjunto vazio é subconjunto de todos os conjuntos.
- Todo conjunto é subconjunto dele mesmo.

Cálculo do número de Subconjuntos (ou conjunto das partes):
Se o conjunto **A** tem **n** elementos, então o número de subconjuntos (N_S) do conjunto A é dado por:

$$N_S = 2^n$$

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

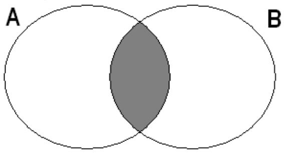
- **UNIÃO:** A reunião dos conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos que pertencem ao conjunto A **ou** ao conjunto B.



A $\cup$ B = { x / x $\in$ A **ou** x $\in$ B }

EXEMPLO: Se A = {a,e,i,o} e B = {3,4}, então A $\cup$ B = {a,e,i,o,3,4}.

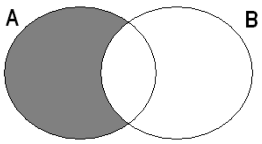
- **INTERSEÇÃO:** A interseção dos conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos que pertencem ao conjunto A **e** ao conjunto B.



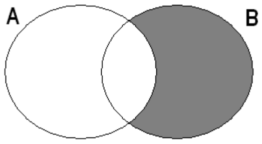
A $\cap$ B = { x / x $\in$ A **e** x $\in$ B }

EXEMPLO:
Se A = {a,e,i} e B = {a, b, c, d, e}, então A $\cap$ B = {a, e}
Se A = {a,e,i,o,u} e B = {1,2,3,4} então A $\cap$ B = Ø.
Se A $\cap$ B = Ø , então A e B são ditos Disjuntos.

- **DIFERENÇA:** A diferença entre os conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos que pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B.



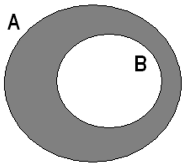
A – B = {x / x $\in$ A e x $\notin$ B}



B – A = {x / x $\in$ B e x $\notin$ A}

EXEMPLO: Se A = {a,e,i,o} e B = {a, b, c, d, e} então A – B = {i, o} e B – A = {b, c, d}.

- **COMPLEMENTO:** O complemento do conjunto B contido no conjunto A, denotado por $C_A B$, é a diferença entre os conjuntos A e B, ou seja, é o conjunto de todos os elementos que pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B.



C_A^B = A – B = {x / x $\in$ A e x $\notin$ B}

Quando não há dúvida sobre o universo U em que estamos trabalhando, simplesmente utilizamos a letra c posta como expoente no conjunto, para indicar o complemento deste conjunto. Muitas vezes usamos a palavra complementar no lugar de complemento.

EXEMPLO: $Ø^c$ = U e U^c = Ø.

PROBLEMAS ENVOLVENDO CONJUNTOS

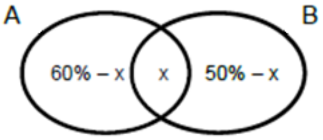
Vejamos alguns problemas resolvidos.

EXEMPLO$_1$: Em um país estranho sabe-se que as pessoas estão divididas em dois grupos: o grupo os que têm uma ideia original e o grupo dos que têm uma ideia comercializável. Sabe-se também que 60% das pessoas têm uma ideia original e apenas 50% têm ideias comercializáveis. Portanto, podemos afirmar que 10% das pessoas têm ideias originais e comercializáveis.

SOLUÇÃO:
Do enunciado temos:
Total de pessoas = 100%
Pessoas que tem ideias originais e comercializáveis (interseção) = x

Pessoas que tem ideias originais = 60%
Pessoas que tem ideias comercializáveis = 50%

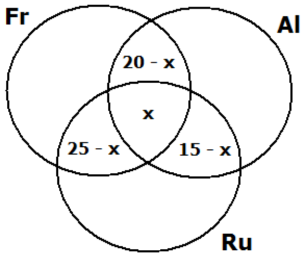
Utilizando o diagrama de Venn-Euler (**iniciando sempre da interseção**), teremos:



60% – x + x + 50% – x = 100%
110% – x = 100%
x = 110% –100%
x = 10%

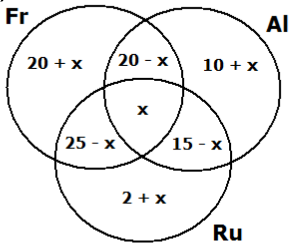
EXEMPLO: Suponha que 100 alunos de uma escola estudam pelo menos uma das seguintes línguas: Francês, Alemão e Russo. Suponha também que: 65 estudam Francês, 45 estudam Alemão, 42 estudam Russo, 20 estudam Francês e Alemão, 25 estudam Francês e Russo e 15 estudam Alemão e Russo. Quantos estudantes estudam todas as três línguas?
a) 6 b) 8
c) 10 d) 12

SOLUÇÃO:
Numa questão que envolve teoria dos conjuntos devemos desenhar o diagrama de Venn-Euler para facilitar a sua resolução. Lembrando de preencher os espaços do diagrama com os valores dados na questão, começando sempre da interseção e completando os outros espaços com os outros valores. Não esquecendo, também, de subtrair os valores já preenchidos dos valores a serem colocados. Note que ele pergunta quantos estudantes estudam todas as três línguas, portanto devemos colocar um x neste espaço.



Fazendo agora os cálculos para preencher os espaços restantes, obtemos:

Alunos que estudam somente Francês = 65 – (20 – x) – x – (25 – x) = 20 + x
Alunos que estudam somente Alemão = 45 – (20 – x) – x – (15 – x) = 10 + x
Alunos que estudam somente Russo = 42 – (25 – x) – x – (15 – x) = 2 + x



Com isso, para sabermos quantos estudantes estudam todas as três línguas, basta somarmos todos os valores encontrados de cada região do diagrama e igualarmos a 100. Logo:
20 + x + 20 – x + 10 + x + x + 25 – x + 15 – x + 2 + x = 100
x + 92 = 100
x = 100 – 92
x = 8 alunos

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (UECE) Seja n um número natural, que possui exatamente 3 divisores positivos, e seja X o conjunto de todos os divisores positivos de n. O número de elementos do conjunto das partes de X é:
a) 8 b) 32
c) 16 d) 64

02. (PUC–SP) Se A, B e A ∩ B são conjuntos com 90, 50 e 30 elementos, respectivamente, então o número de elementos do conjunto A ∪ B é:
a) 10 b) 70 c) 85
d) 110 e) 170

03. Se A e B são dois conjuntos não vazios tais que: A ∪ B = {1;2;3;4;5;6;7;8}, A – B = {1;3;6;7} e B – A = {4;8}, então A ∩ B é o conjunto:
a) ∅ b) {1;4} c) {2;5}
d) {6;7;8} e) {1;3;4;6;7;8}

04. Após um jantar, foram servidas as sobremesas X e Y. Sabe-se que das 10 pessoas presentes, 5 comeram a sobremesa X, 7 comeram a sobremesa Y e 3 comeram as duas. Quantas não comeram nenhuma?
a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

05. Numa prova constituída de dois problemas, 300 alunos acertaram somente um dos problemas, 260 acertaram o segundo, 100 alunos acertaram os dois e 210 erraram o primeiro. Quantos alunos fizeram a prova?

06. Durante a Segunda Guerra Mundial, os aliados tomaram um campo de concentração nazista e de lá resgataram 979 prisioneiros. Desses 527 estavam com sarampo, 251 com tuberculose e 321 não tinham nenhuma dessas duas doenças. Qual o número de prisioneiros com as duas doenças?

07. De 32 pessoas que guardam papéis e garrafas para a reciclagem, 30 guardam papéis e 14 guardam garrafas. Encontre o número de pessoas que guardam somente papel e o número de pessoas que guardam tanto papel quanto garrafas, respectivamente.

08. Numa comunidade constituída de 1800 pessoas há três programas de TV favoritos: Esporte (E), novela (N) e Humanismo (H). O esquema abaixo indica quantas pessoas assistem a esses programas:

Programa (s)	Audiência
E	400
N	1220
H	1080
E e N	220
E e H	180
N e H	800
E, N e H	100
nenhum	x

Através desses dados verifica-se que o número de pessoas da comunidade que não assistem a qualquer dos três programas é:
a) 200 b) 600
c) 900 d) 100

09. Marcelo resolveu corretamente 90% das questões de uma prova e André 70%. Se nenhuma questão da prova ficou sem ser resolvida pelo menos por um deles, e 18 delas foram resolvidas corretamente pelos dois, podemos concluir que a prova constava de:
a) 148 questões
b) 100 questões
c) 50 questões
d) 30 questões
e) 20 questões

10. Numa escola existem 195 alunos, 55 alunos estudam Física, 63 estudam Química e 100 alunos não estudam nenhuma das duas matérias. Os alunos que estudam as duas matérias são:
a) 23 b) 2 c) 95
d) 32 e) 40

11. Em uma empresa, 50% dos funcionários lêem a revista A, 80% lêem a revista B, e todo funcionário é leitor de pelo menos uma dessas revistas.O percentual de funcionários que lêem as duas revistas é ....
a) 30% b) 40%
c) 50% d) 60%

12. Uma empresa de refrigerantes resolveu fazer uma pesquisa para saber a preferência da população em relação aos refrigerantes A, B e C. Foram consultadas 57 pessoas e verificou-se que: 21 pessoas consomem o refrigerante A; 25 consomem o B e 27 consomem o C. Verificou-se também que: 6 pessoas consomem A e B; 11 consomem B e C; 10 consomem A e C e 4 consomem os três. Quantas pessoas não consomem refrigerante algum?

13. Em um conjunto de 60 pessoas, sabemos que 25 lêem O povo, 26 lêem a Folha Dirigida, 26 lêem o diário do Nordeste e 8 não lêem jornal algum. 9 lêem tanto O povo quanto o Diário do Nordeste, 11 lêem O povo e a Folha Dirigida e 8 lêem a Folha Dirigida e o Diário do Nordeste. Encontre o número de pessoas que lêem os três jornais.

14. Num grupo de 99 esportistas, 40 jogam vôlei, 20 jogam vôlei e xadrez; 22 jogam xadrez e tênis; 18 vôlei e tênis; 11 os três. A quantidade de pessoas que jogam xadrez é igual à quantidade de pessoas que jogam tênis. Quantas pessoas jogam tênis e não jogam vôlei?

15. Uma pequena cidade do interior possuía dois candidatos a prefeito: Ricardinho, concorrendo pelo PD(partido da direita) e André, concorrendo pelo PE(partido de esquerda). Foi feita uma pesquisa, uma semana antes da eleição, com 500 eleitores, que deveriam indicar em uma cédula em quem votariam. Os pesquisadores poderiam votar nos dois candidatos se assim desejassem, em apenas um deles ou então votar em branco. Não era permitido anular o voto. Os resultados foram os seguintes:
• 200 eleitores votaram em branco
• 320 eleitores não votaram no PD
• 330 eleitores não votaram no PE
O número de pesquisadores que votou em ambos os candidatos é:
a) 25 b) 35
c) 50 d) 350

16. Uma editora estuda a possibilidade de relançar as publicações Helena, Iracema e A Moreninha. Para isso, efetuou uma pesquisa de mercado e concluiu que, em cada 1000 pessoas consultadas,
• 600 leram A Moreninha
• 400 leram Helena
• 300 leram Iracema
• 200 leram A Moreninha e Helena
• 150 leram A Moreninha e Iracema
• 100 leram Iracema e Helena
• 20 leram as três obras.
Calcule o numero de pessoas que leu duas ou mais obras.

DESAFIO MUITO LEGAL!!!

17. Um grupo de alunos de uma escola deveria visitar o museu de ciências e o museu de história da cidade. Quarenta e oito alunos foram visitar pelo menos um desses museus. 20% dos que foram ao de ciência visitaram o de historia e 25% dos que foram ao de historia visitaram também o de ciência. Calcule o número de alunos que visitaram os dois museus.

18. (USP) Depois de n dias de férias, um estudante observa que:
a) choveu 7 vezes, de manhã ou à tarde;
b) quando chove de manhã não chove à tarde;
c) houve 5 tardes sem chuva;
d) houve 6 manhãs sem chuva.
Podemos afirmar então que n é igual a:
a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

CAPÍTULO 7

PROBLEMAS ARITMÉTICOS, GEOMÉTRICOS E MATRICIAIS

PROBLEMAS ARITMÉTICOS

REGRA DE TRÊS

REGRA DE TRÊS SIMPLES:

Regra de três simples é um processo prático para resolver problemas que envolvam quatro valores dos quais conhecemos três deles. Devemos, portanto, determinar um valor a partir dos três já conhecidos.

Passos para a resolução de uma regra de três simples:
1º) Construir uma tabela, agrupando as grandezas da mesma espécie em colunas e mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência.

2º) Identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.
3º) Montar a proporção e resolver a equação.

EXEMPLO: Na extremidade de uma mola colocada verticalmente, foi pendurado um corpo com a massa de 10Kg e verificamos que ocorreu um deslocamento no comprimento da mola de 54cm. Se colocarmos um corpo com 15Kg de massa na extremidade dessa mola, qual será o deslocamento no comprimento da mola?

SOLUÇÃO:
Construa uma tabela relacionando as duas grandezas, ou seja, o comprimento da mola e a massa do objeto pendurado e verifique se as duas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais:

Massa do Corpo (↑)	Deslocamento da mola (↑)
10 kg	54cm
15kg	x

Como as grandezas são diretamente proporcionais, as setas ficam no mesmo sentido, isto significa que: quanto mais pesado for o objeto maior o deslocamento da mola. Então:

$$\frac{10}{15} = \frac{54}{x} \Rightarrow x = \frac{15.54}{10} \Rightarrow x = 81$$

R: Se colocarmos um objeto de 15Kg o deslocamento da mola será de 81cm.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA:

A regra de três composta é utilizada em problemas com mais de duas grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

Passos para a resolução de uma regra de três composta:
1º) Montar uma tabela com uma coluna para cada grandeza e com duas linhas, sendo que a primeira linha indica as grandezas relativas à primeira situação enquanto que a segunda linha indica os valores conhecidos da segunda situação.
2º) Escolhe-se uma grandeza para servir de referência.
3º) Comparamos cada uma das outras grandezas com a grandeza de referência isoladamente para sabermos se são diretamente proporcionais (setas no mesmo sentido) ou inversamente proporcionais (setas invertidas).
4º) Isolamos no 1º membro a razão da grandeza de referência e no 2º membro multiplicamos as razões as outras grandezas invertendo aquelas que são inversamente proporcionais e mantendo aquelas que são diretamente proporcionais.

EXEMPLO: Em 8 horas, 20 caminhões descarregam 160m^3 de areia. Em 5 horas, quantos caminhões serão necessários para descarregar 125m^3?

SOLUÇÃO:
Vamos montar a tabela e tomar como referência o número de caminhões:

Caminhões (↑)	Horas (↓)	Volume (↑)
20	8	160
x	5	125

Logo:

$$\frac{20}{x} = \frac{5}{8} \cdot \frac{160}{125} \Rightarrow x = \frac{8.125.20}{5.160} \Rightarrow x = 25$$

R: São necessários 25 caminhões.

PORCENTAGEM

Praticamente todos os dias, observamos nos meios de comunicação, expressões matemáticas relacionadas com porcentagem. O termo por cento é proveniente do Latim *per centum* e quer dizer por cem. É um modo de expressar uma proporção ou uma relação entre 2 valores (um é a parte e o outro é o inteiro) a partir de uma fração cujo denominador é 100. Ou seja é dividir um número por 100.

RAZÃO CENTESIMAL :
Toda a razão que tem o consequente igual a 100 denomina-se razão centesimal.
EXEMPLO: $\frac{7}{100}, \frac{14}{100}, \frac{117}{100}$

Podemos representar uma razão centesimal de outras formas:

$$\frac{7}{100} = 0,07 = 7\% \rightarrow \text{lê-se: sete por cento}$$
$$\frac{14}{100} = 0,14 = 14\% \rightarrow \text{lê-se: quatorze por cento}$$
$$\frac{120}{100} = 1,20 = 120\% \rightarrow \text{lê-se: cento e vinte por cento}$$

As expressões 7%, 16% e 125% são chamadas taxas centesimais ou taxas percentuais.

PORCENTAGEM DE UM NÚMERO:
É o valor obtido ao aplicarmos uma taxa percentual a um determinado valor.

Ex$_1$: Sabendo que X% de 4 = 3**,** então ao calcular o valor de X encontramos:

SOLUÇÃO:

$$\frac{x}{100} \cdot 4 = 3 \Rightarrow 4x = 300 \Rightarrow x = \frac{300}{4} \Rightarrow x = 75\%$$

Ex$_2$: Num laboratório, 32% das cobaias são brancas e as outras 204 são cinzas. Quantas cobaias há neste laboratório?

SOLUÇÃO:
O total de cobaias corresponde a 100%:
brancas (32%) + cinzas (x%) = total (100%)
x% = 100% - 32% = 68%

Então, as 204 cobaias cinzas são 68% do total.
Chamando o total de cobaias de C, poderemos escrever:
68% de C = 204
68/100 . C = 204
C = 20400/68
C = 300
Portanto, há 300 cobaias no laboratório.

AUMENTOS (+):

No dia a dia fazemos muitos cálculos de aumento percentual. O exemplo mais conhecido é o da comissão de serviço (10% do garçom).

Se, por exemplo, há um aumento (acréscimo) de 10% a um determinado valor, podemos calcular o novo valor apenas multiplicando esse valor por 1,10, que é o fator de multiplicação. Se o acréscimo for de 20%, multiplicamos por 1,20, e assim por diante.

Ex:

Aumento	Fator de Multiplicação
10%	1,10
23%	1,23
35%	1,35
56%	1,56
73%	1,73

EX: A conta de um restaurante indicava uma despesa de R$ 26,00 e trazia a seguinte observação: "Não incluímos os 10% de serviço". Quanto representam, em dinheiro, os 10% de serviço e quanto fica o total da despesa se nela incluirmos a porcentagem referente ao serviço?

SOLUÇÃO:
10% de 26,00 = 10/100 . 26 = 2,60
Portanto, os 10% de serviço representam R$ 2,60.

Incluindo esta porcentagem na despesa original, teremos:

26,00 + 2,60 = 28,60

Assim, o total da despesa passa a ser de R$ 28,60.

DESCONTOS (-):

São comuns também no dia a dia as operações de desconto, chamado muitas vezes de liquidação, saldão, etc, em que há uma diminuição percentual do valor do objeto a ser vendido.

As operações de desconto não necessariamente acontecem em situações de vendas, elas ocorrem, por exemplo quando o governo retira a porcentagem equivalente à contribuição para a seguridade social.

No caso de haver um desconto (decréscimo), o fator de multiplicação será:

Fator M. = 1 – taxa de desconto (na forma decimal)

Ex:

Desconto	Fator de Multiplicação
10%	0,90
25%	0,75
40%	0,60
63%	0,37
80%	0,20

OBS: Dois aumentos sucessivos de 10% e 20% é igual a um único aumento de quantos por cento? 30? Não!

Atribuindo um valor qualquer inicial, 100 por exemplo, temos:

1º Aumento: 100 + 10%.100 = 110
2º Aumento: 110 + 20%.110 = 132
Aumento total: 132 – 100 = 32

Ou seja, o aumento total foi de 32%. (note que o valor inicial é irrelevante neste cálculo)

EQUAÇÕES

EQUAÇÕES DO 1º GRAU:

Equação é toda sentença matemática aberta representada por uma igualdade, em que exista uma ou mais letras que representam números desconhecidos. A equação do 1º grau é representada pela seguinte expressão algébrica:

$$ax + b = 0$$

, onde a e b são números reais dados e a ≠ 0.

Na equação ax + b = 0, o número a é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo constante.

EXEMPLOS:
5x – 3 = 0, onde a = 5 e b = - 3
-2x – 7 = 0, onde a = -2 e b = - 7
11x = , onde a = 11 e b = 0

RAIZ DA EQUAÇÃO DO 1º GRAU:

Chama-se zero ou raiz da equação polinomial do 1º grau ax + b = 0, a ≠ 0, o número real x que satisfaz a equação:

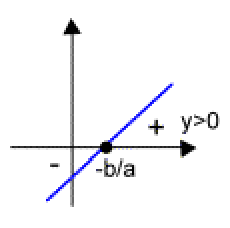
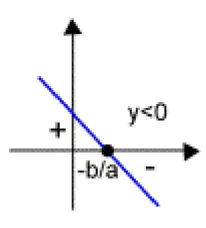
$$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$$

GRÁFICO:

O gráfico da função afim y = ax + b é uma reta. O coeficiente de x, **a**, é chamado **coeficiente angular** da reta e está ligado à inclinação da reta em relação ao eixo x.

O termo constante, **b**, é chamado **coeficiente linear** da reta. Para x = 0, temos y = a · 0 + b = b. Assim, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a **reta corta o eixo y.**

- A função do 1º grau f(x) = ax + b é **crescente** quando o coeficiente de x é positivo (a > 0);
- A função do 1º grau f(x) = ax + b é **decrescente** quando o coeficiente de x é negativo (a < 0);

	
Crescente (a > 0)	Decrescente (a < 0)

SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU:

Um sistema de equação do primeiro grau com duas incógnitas x e y, pode ser definido como um conjunto formado por duas equações do primeiro grau. Lembrando que equação do primeiro grau é aquela que em todas as incógnitas estão elevadas à potência 1.

Podemos representar um sistema da seguinte forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

- **RESOLUÇÃO DE SISTEMAS:**

Resolver um sistema significa encontrar um par de valores das incógnitas **X** e **Y** que faça verdadeira as equações que fazem parte do sistema.

MÉTODO DE SUBSTITUIÇÃO:

Esse método de resolução de um sistema de 1º grau estabelece que "extrair" o valor de uma incógnita é substituir esse valor na outra equação.

Observe:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Vamos escolher uma das equações para "isolar" uma das incógnitas, ou seja, estabelecer o valor de acordo com a outra incógnita, desta forma:

$x - y = 2$ ➔ $x = 2 + y$

Agora iremos substituir o "**x**" encontrado acima, no "**x**" da outra equação do sistema:

$x + y = 4$
$(2 + y) + y = 4$
$2 + 2y = 4$
$2y = 4 - 2$
$2y = 2$
$y = 1$

Temos que: $x = 2 + y$, então
$x = 2 + 1$
$x = 3$

Assim, o par (3,1) torna-se a solução verdadeira do sistema.

MÉTODO DA ADIÇÃO

Este método de resolução de sistema do 1º grau consiste apenas em somar os termos das equações fornecidas.

Observe:

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

Neste caso de resolução, somam-se as equações dadas:

$$+\begin{cases} x - y = -2 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

$4x = 3$
$x = 3/4$

Temos que: $x = 3/4$, então substituindo em qualquer das equações, escolhendo neste caso a segunda, teremos:

$3 \cdot 3/4 + y = 5$
$9/4 + y = 5$
$y = 5 - 9/4$
$y = 11/4$

Assim, o par (3/4 , 11/4) torna-se a solução verdadeira do sistema.

EQUAÇÕES DO 2º GRAU:

Chama-se equação do 2º grau a expressão representada da seguinte forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

, onde a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

EXEMPLOS:

$3x^2 - 4x + 1 = 0$, onde a = 3, b = - 4 e c = 1
$x^2 - 1 = 0$, onde a = 1, b = 0 e c = -1
$- x^2 + 8x = 0$, onde a = 1, b = 8 e c = 0
$-4x^2 = 0$, onde a = - 4, b = 0 e c = 0

RAÍZES DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU:

Chama-se zeros ou raízes da equação polinomial do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$, a $\neq$ 0, os números reais x que satisfazem a equação.

As raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, são dadas pela chamada fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Então temos:

$$f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

QUANTIDADE DE RAÍZES:

A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando $\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac}$, chamado discriminante, logo:

- Se $\Delta \geq 0$ ➔ duas raízes reais e **distintas**;
- Se $\Delta = 0$ ➔ duas raízes reais **iguais**;
- Se $\Delta \leq 0$ ➔ **não há raiz real**.

SOMA E PRODUTO DAS RAÍZES:

$$S = \frac{-b}{a} \quad e \quad P = \frac{c}{a}$$

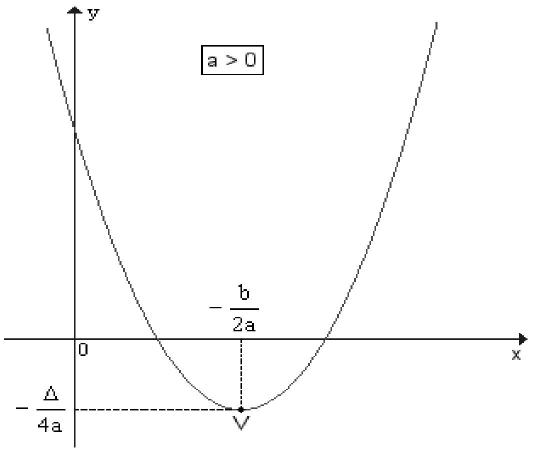
GRÁFICO DA FUNÇÃO DO 2º GRAU:

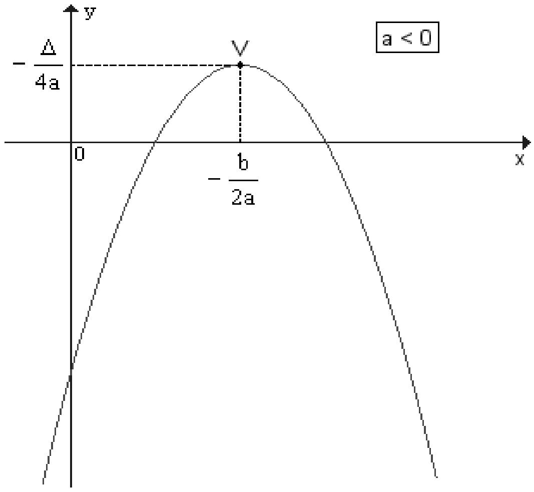
O gráfico de uma função quadrática é uma curva denominada parábola. Quando a > 0, a parábola tem concavidade voltada para cima e um ponto de mínimo V; quando a < 0, a parábola tem concavidade voltada para baixo e um ponto de máximo V. Este ponto V que pode ser de mínimo ou de máximo é chamado de **vértice** da parábola.

As coordenadas de V são dadas por:

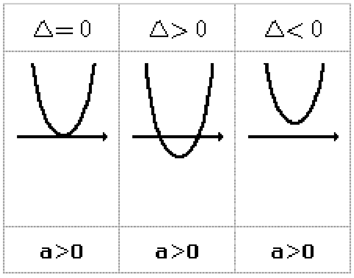
$$\left(-\frac{b}{a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

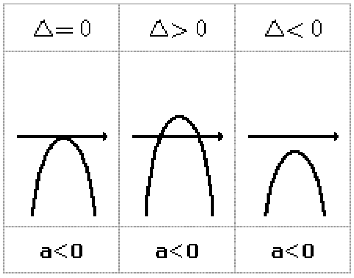
Veja os gráficos:





DISCRIMINANTE Δ (ESTUDO DO SINAL):





SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

Este é um item que é muito pedido em grande parte de concursos que exigem matemática, e é justamente onde muitas pessoas que estudam este tema tem comprometido seus resultados.

Na maioria das vezes este conteúdo é cobrado em questões de outros conteúdos: regra de três, problemas do 1º grau, geometria, etc.

Portanto não devemos subestimar nenhum conteúdo, pois todos eles são fundamentais.

1) MEDIDAS DE COMPRIMENTO:
Observe a tabela abaixo:

X10 x10 x10 x10 x10 x10

Km	Hm	Dam	M	Dm	Cm	Mm

:10 :10 :10 :10 :10 :10

Ex: Transforme 17,475hm em metros:
Para transformar hm (hectômetro) em m (metro) multiplicamos por 100, ou seja, (10 x 10), pois são duas casas de hm para m.
17,475 x 100 = 1747,50. Ou seja, 17,475 hm = 1747,50m

2) MEDIDAS DE ÁREA:

x100 x100 x100 x100 x100 x100

Km^2	Hm^2	Dam^2	M^2	Dm^2	Cm^2	Mm^2

:100 :100 :100 :100 :100 :100

Ex.: Transforme $27m^2$ em hm^2:
De m^2 para hm^2, basta dividirmos por 100 duas vezes, ou seja, dividir por 10000. Logo, 27/10000 = $0,0027hm^2$

3) MEDIDAS DE VOLUME OU CAPACIDADE:

x1000 x1000 x1000 x1000 x1000 x1000

Km^3	Hm^3	Dam^3	M^3	Dm^3	Cm^3	Mm^3

:1000 :1000 :1000 :1000 :1000 :1000

Ex.: Transforme $0,832m^3$ em dam^3:
De m^3 para dam^3 é apenas uma casa, portanto basta dividir por 1000. Logo, 0,832/1000 = $0,000832dam^3$.

O volume (ou capacidade) também pode ser expresso em litros:

X10 x10 x10 x10 x10 x10

KL	hL	daL	L	dL	cL	mL

:10 :10 :10 :10 :10 :10

Obs.: 1000L = $1m^3$ ou ainda 1L = $1dm^3$.

4) MEDIDAS DE MASSA:

X10 x10 x10 x10 x10 x10

Kg	Hg	Dag	g	dg	cg	mg

:10 :10 :10 :10 :10 :10

Ex.: Transforme 369cg em dag:
De cg para dag são 3 casas, portanto basta dividir por 1000. Logo, 369/1000 = 0,369dag.

Obs.: 1 Tonelada = 1000kg
1 Arroba = 15kg

5) MEDIDAS DE TEMPO:
Sobre as medidas de tempo sabe-se que:
1min = 60s
1h = 60min . 60 = 3600s
1 dia = 24h
1dia = 24h . 60 . 60 = 84.400s

Obs.: Se uma pessoa começar um serviço na hora inicial Hi e o terminar na hora final Hf, o tempo que esta pessoa levou para concluir este serviço foi:

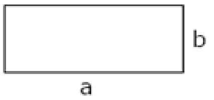
$$\Delta T = Hf - Hi$$

Onde ΔT é o tempo em que o serviço foi concluído.

PROBLEMAS GEOMÉTRICOS

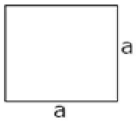
CÁLCULO DE ÁREAS

Retângulo:



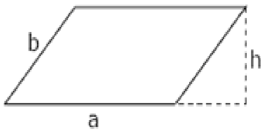
área = a . b

Quadrado:



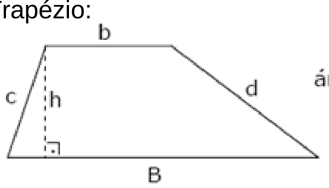
$\text{área} = a^2$

Paralelogramo:



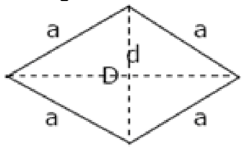
área = base x altura = a x h

Trapézio:



$$\text{área} = \frac{(B + b).h}{2}$$

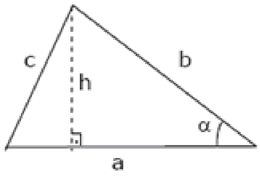
Losango:



$$\text{área} = \frac{D \,.\, d}{2}$$

d = diagonal menor
D = diagonal maior

Triângulo:

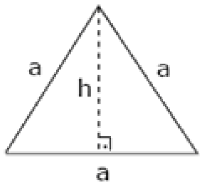


$$\text{área} = \frac{\text{base x altura}}{2} = \frac{a \times h}{2}$$

ou

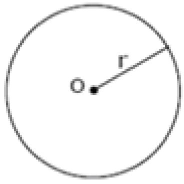
$$\text{área} = \frac{a.b.\text{sen}\alpha}{2}$$

Triângulo Eqüilátero:



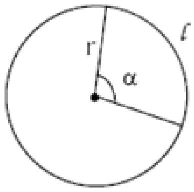
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \text{e} \quad \text{área} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Área do Círculo:



$\text{área} = \pi r^2$

Setor Circular:



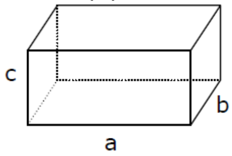
$$\text{área} = \frac{\alpha \pi r^2}{360^o}$$

CÁLCULO DE VOLUMES

O Volume de um prisma qualquer é calculado da seguinte forma:

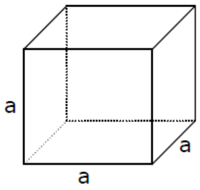
V = área da base x altura

Paralelepípedo:



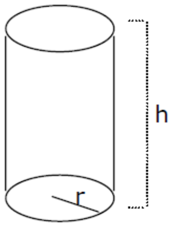
Volume = área da base x altura
Volume = a . b . c

Cubo:



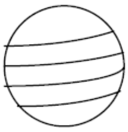
Volume = área da base x altura
$\text{Volume} = a^2 \,.\, a = a^3$

Cilindro:



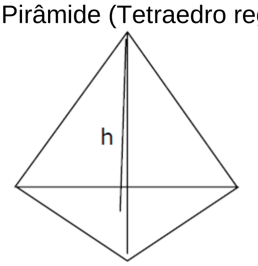
Volume = área da base x altura
$\text{Volume} = \pi r^2 \,.\, h$

Esfera:



$$\text{Volume} = \frac{4\pi R^3}{3}$$

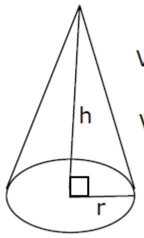
Pirâmide (Tetraedro regular):



$$\text{Volume} = \frac{\text{área da base x altura}}{3}$$

$$\text{Volume} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot h}{3}$$

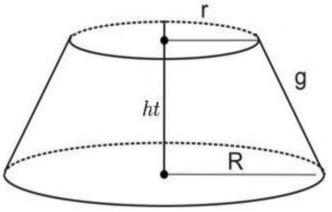
Cone reto:



$$\text{Volume} = \frac{\text{área da base x altura}}{3}$$

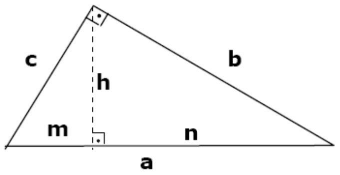
$$\text{Volume} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$

Tronco de Cone:



$$V_t = \frac{\pi \cdot ht}{3} \cdot (R^2 + R.r + r^2)$$

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO



a – hipotenusa.
b e **c** – catetos.
h – altura relativa a hipotenusa.
m e **n** – projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

→ Relações métricas:

$a.h = b.c$ $\quad$ $c^2 = a.m$

$b^2 = a.n$ $\quad$ $h^2 = m.n$

→ Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Propriedade: A mediana relativa à hipotenusa mede a metade da hipotenusa.

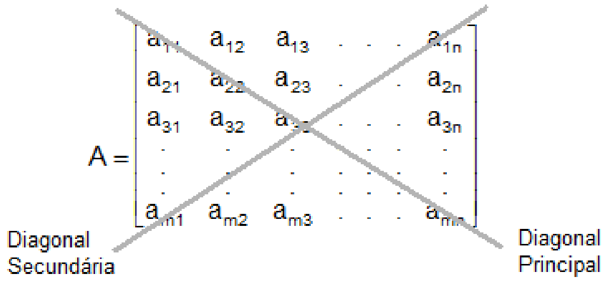
PROBLEMAS MATRICIAIS

MATRIZES

Denomina-se matriz do tipo m x n (lê-se: m por n) o conjunto de números reais dispostos em um quadro de m linhas (disposições horizontais) e n colunas (disposições verticais).
Algebricamente, uma matriz A pode ser indicada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Onde,



CLASSIFICAÇÃO

Matriz Nula: é a matriz que tem todos os seus elementos iguais à zero.
Matriz Quadrada: é a matriz que tem o número m de linhas igual ao número n de colunas.
Matriz Triangular: é a matriz em que os elementos abaixo ou acima da diagonal principal são iguais a zero.

EXEMPLO: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matriz Identidade: a matriz quadrada de ordem n, em que todos os elementos da diagonal principal são iguais a 1 (um) e os demais elementos são iguais a 0 (zero), é denominada matriz unidade ou matriz identidade. Representa-se a matriz identidade por In.

EXEMPLO: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matriz Transposta: Uma matriz B é a matriz transposta da matriz A, se as linhas de B forem ordenadamente as colunas de A. Indica-se B por A^t.
EXEMPLO:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -7 \end{bmatrix} \qquad A^t = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$$

Matriz Oposta: Denomina-se matriz oposta de uma matriz A, a matriz cujos elementos são os simétricos dos elementos correspondentes de A.
Matriz Inversa: Seja uma matriz A de ordem n. A matriz B, da mesma ordem que A, é denominada inversa de A se o produto delas for a matriz identidade ($AB = BA = I_n$). A matriz B que é a inversa de A é indicada por A^{-1}.

OPERAÇÕES COM MATRIZES

ADIÇÃO: Dadas duas matrizes A e B, do tipo m x n, denomina-se matriz soma de A com B a matriz C (do tipo m x n) cujos elementos são iguais à soma dos elementos correspondentes de A e B.
EXEMPLO:

$$\begin{bmatrix}1 & 4\\0 & 7\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & -1\\0 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+2 & 4+(-1)\\0+0 & 7+2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 3\\0 & 9\end{bmatrix}$$

SUBTRAÇÃO: A – B = A + (-B)
EXEMPLO:

$$\begin{bmatrix}3 & 0\\4 & -7\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3-1 & 0-2\\4-0 & -7-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -2\\4 & -9\end{bmatrix}$$

MULTIPLICAÇÃO DE UM NÚMERO REAL POR UMA MATRIZ: Dados um número real x e uma matriz A do tipo m x n, o produto de x por A é uma matriz B do tipo m x n obtida pela multiplicação de cada elemento de A por x, ou seja, $b_{ij} = x.a_{ij}$: B = x . A. Observe o seguinte exemplo:
EXEMPLO:

$$3.\begin{bmatrix}2 & 7\\-1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3.2 & 3.7\\3.(-1) & 3.0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & 21\\-3 & 0\end{bmatrix}$$

MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES: O produto de uma matriz por outra não é determinado por meio do produto dos seus respectivos elementos. Assim, o produto das matrizes $A = (a_{ij})_{mxp}$ e $B = (b_{ij})_{pxn}$ é a matriz $C = (c_{ij})_{mxn}$ em que cada elemento **cij** é obtido por meio da soma dos produtos dos elementos correspondentes da iésima linha de A pelos elementos da j-ésima coluna **B**. C = A . B ⇒ $C_{ij} = \sum (a_{ik} . b_{kj})$
EXEMPLO:

$$A.B=\begin{bmatrix}-1 & 3\\4 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(-1).1+3.3 & (-1).2+3.4\\4.1+2.3 & 4.2+2.4\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}8 & 10\\10 & 16\end{bmatrix}$$

DETERMINANTES

Determinante é uma função que associa a cada matriz quadrada um escalar. Esta função permite saber se a matriz tem ou não inversa, pois as que não têm são precisamente aquelas cujo determinante é igual a 0.

- **DETERMINANTE DA MATRIZ 2 X 2:**

Seja a matriz $A = \begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}$

Então:

$$\text{Det }(A) = a_{11} . a_{22} - a_{12} . a_{21}$$

EXEMPLO: (ESAF) A transposta de uma matriz qualquer é aquela que se obtém trocando linhas por colunas. Sabendo-se que uma matriz quadrada de segunda ordem possui determinante igual a 2, então o determinante do dobro de sua matriz transposta é igual a:

a) –2 b) –1/2 c) 4
d) 8 e) 10

SOLUÇÃO:
A questão fala acerca de uma matriz (2x2) cujo determinante é igual a 2. Poderemos construir uma matriz com essas característica. Uma possível seria a seguinte:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 2\end{pmatrix}$$

Daí, a matriz transposta de A seria dada por:

$$A^t=\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 2\end{pmatrix}$$ ➔ que é apropria matriz A.

Agora, descobriremos qual é a matriz que representa o dobro da encontrada acima. Teremos:

$$2.A^t = 2.\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\0 & 4\end{pmatrix}$$

, cujo determinante é igual a 8.

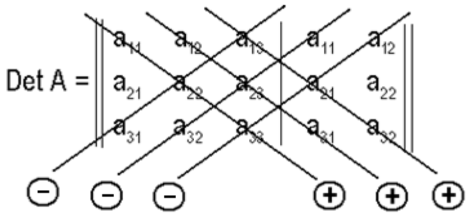
- **DETERMINANTE DA MATRIZ 3 X 3:**

Teorema de Sarrus:

Seja a matriz $A = \begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\a_{21} & a_{22} & a_{23}\\a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{pmatrix}$

Então o determinante de A (Det (A)) é calculado assim:

Repete-se as duas primeiras colunas à direita da matriz:



Então:

$$\text{Det }(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{32}a_{23} - a_{21}a_{12}a_{33} - a_{31}a_{22}a_{13}$$

- **PRINCIPAIS PROPRIEDADES DOS DETERMINANTES:**

P1. Somente as matrizes quadradas possuem determinantes.
P2. O determinante de uma matriz e de sua transposta são iguais: **det(A) = det(A^t)**.
P3. O determinante que tem todos os elementos de uma **fila iguais a zero**, é nulo.
Obs: Chama-se **FILA** de um determinante, qualquer **LINHA** ou **COLUNA**.
P4. Se trocarmos de posição duas filas paralelas de um determinante, ele **muda de sinal**.
P5. O determinante da matriz que tem duas filas paralelas iguais ou proporcionais é **nulo**.
P6. Multiplicando-se (ou dividindo-se) os elementos de uma fila por um número, **o determinante fica multiplicado (ou dividido) por esse número**.
P7. Um determinante não se altera quando se substitui uma fila pela soma desta com uma fila paralela, multiplicada por um número real qualquer.
P8. Determinante da matriz inversa: **det(A^{-1})= 1/det(A)**.

P9. Se todos os elementos situados de um mesmo lado da diagonal principal de uma matriz quadrada de ordem **n**, forem nulos (**matriz triangular**), o determinante é igual ao
produto dos elementos da diagonal principal.
P10. Se A é matriz quadrada de ordem **n** e k∈ IR então **det(k.A) = k^n . det A**

SISTEMAS LINEARES

Sistema Linear é um conjunto de equações lineares da forma:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Este é um sistema linear de **m** equações e **n** incógnitas.

A solução de um sistema linear é a n-upla de números reais ordenados (r_1, r_2, r_3,..., r_n) que é, simultaneamente, solução de todas as equações do sistema.

SOLUÇÃO DO SISTEMA - REGRA DE CRAMER:

Todo sistema normal tem uma única solução dada por:

$$x_i = \frac{Dx_i}{D}$$

em que i ∈ { 1,2,3,...,n}, D = det A é o determinante da matriz dos coeficientes das variáveis, e D_{xi} é o determinante obtido pela substituição, na matriz dos coeficientes, da coluna **i** pela coluna formada pelos termos independentes.

EXEMPLO: Seja o sistema:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{cases}$$

Então:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad D_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix} \qquad D_z = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

Logo:

$$x = \frac{D_x}{D} \ ; \ y = \frac{D_y}{D} \ ; \ z = \frac{D_z}{D}$$

DISCUSSÃO DE UM SISTEMA LINEAR:

De acordo com o número de soluções um sistema linear pode ser:

$$\text{Sistema Linear}\begin{cases} \text{Possível}\begin{cases} \text{Determinado} = \text{uma única solução} \\ \text{Indeterminado} = \text{infinitas soluções} \end{cases} \\ \text{Impossível} = \text{nenhuma solução} \end{cases}$$

a) possível e determinado (solução única);

$$\boxed{D \neq 0}$$

b) possível e indeterminado (infinitas soluções);

$$\boxed{D = 0 \ \text{ e } \ D_x = D_y = D_z = 0}$$

c) impossível (não tem solução).

$$\boxed{\begin{matrix} D = 0 \ \text{ e} \\ D_x \neq 0 \ \text{ ou } \ D_y \neq 0 \ \text{ ou } \ D_z \neq 0 \end{matrix}}$$

EXEMPLO: Determine os valores de m e n, de tal modo que o sistema $\begin{cases} x + 2y + 2z = m \\ 3x + 6y - 4z = 4 \\ 2x + ny - 6z = 1 \end{cases}$ seja indeterminado:

a) m = 1 e n = –1
b) m ≠ –3 e n = 1
c) m = 3 e n = 4
d) m = –3 e n ≠ 1
e) m = 5 e n ≠ –3

SOLUÇÃO:
Um sistema é indeterminado, pelo método de Cramer, quando D = 0 e $D_x = D_y = D_z = 0$. Com isso, calculando o determinante D, obtemos:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 6 & -4 \\ 2 & n & -6 \end{vmatrix} = 0$$

$$10n - 40 = 0$$
$$10n = 40$$
$$n = 4$$

Calculando agora o D_x encontramos:

$$D_x = \begin{vmatrix} m & 2 & 2 \\ 4 & 6 & -4 \\ 1 & 4 & -6 \end{vmatrix} = 0$$

$$-20m + 60 = 0$$
$$20m = 60$$
$$m = 3$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (FCC) Sabe-se que, juntos, três funcionários de mesma capacidade operacional são capazes de digitar as 160 páginas de um relatório em 4 horas de trabalho ininterrupto. Nessas condições, o esperado é que dois deles sejam capazes de digitar 120 páginas de tal relatório se trabalharem juntos durante
a) 4 horas e 10 minutos. b) 4 horas e 20 minutos.
c) 4 horas e 30 minutos. d) 4 horas e 45 minutos.
e) 5 horas.

02. Um estudante resolve 6 problemas em meia hora, mas fuma 3 cigarros e bebe uma xícara de café. Se considerarmos que o cigarro diminui a eficiência e o café estimula, quantos exercícios resolverá fumando 8 cigarros e bebendo 4 xícaras de café, em 2h?
a) 20 b) 17 c) 32

d) 36 e) 28

03. (FCC) Suponha que 8 máquinas de terraplanagem, todas com a mesma capacidade operacional, sejam capazes de nivelar uma superfície de 8000 metros quadrados em 8 dias, se funcionarem ininterruptamente 8 horas por dia. Nas mesmas condições, quantos metros quadrados poderiam ser nivelados por 16 daquelas máquinas, em 16 dias de trabalho e 16 horas por dia de funcionamento ininterrupto?
a) 16000 b) 20000 c) 64000
d) 78000 e) 84000

04. (SEFAZ) Um agricultor sabe que 1.200 frangos consomem 9.000kg de ração em 30 dias. Admitindo-se que ele tenha adquirido 1.500 frangos e 16.500kg de ração, essa quantidade será suficiente para alimentar as aves por:
a) 42 dias b) 44 dias c) 45 dias
d) 46 dias e) 48 dias

05. (FCC) Certo dia, devido a fortes chuvas, 40% do total de funcionários de certo setor de uma Unidade do Tribunal Regional Federal faltaram ao serviço. No dia seguinte, devido a uma greve dos ônibus, compareceram ao trabalho apenas 30% do total de funcionários desse setor. Se no segundo desses dias faltaram ao serviço 21 pessoas, o número de funcionários que compareceram ao serviço no dia da chuva foi:
a) 18 b) 17 c) 15
d) 13 e) 12

06. (FCC) Uma pesquisa revelou que, nos anos de 2006, 2007 e 2008, os totais de processos que deram entrada em uma Unidade do TRT aumentaram, respectivamente, 10%, 5% e 10%, cada qual em relação ao ano anterior. Isso equivale a dizer que, nessa Unidade, o aumento cumulativo das quantidades de processos nos três anos foi de
a) 25% b) 25,25% c) 26,15%
d) 26,45% e) 27,05%

07. (FCC) Certo mês, um técnico em informática instalou 78 programas nos computadores de um Tribunal. Sabe-se que: na primeira semana, ele instalou 16 programas; na segunda, houve um aumento de 25% em relação à semana anterior; na terceira semana houve um aumento de 20% em relação à semana anterior. Assim sendo, se a tarefa foi concluída na quarta semana, o número de programas que foram instalados ao longo dela foi
a) 28 b) 24 c) 22
d) 20 e) 18

08. (FCC) Considere que, do custo de produção de determinado produto, uma empresa gasta 25% com mão de obra e 75% com matéria-prima. Se o gasto com a mão de obra subir 10% e o de matéria-prima baixar 6%, o custo do produto
a) baixará de 2%. d) aumentará de 1,2%.
b) aumentará de 3,2%. e) permanecerá inalterado.
c) baixará de 1,8%.

09. (FCC) Um cidadão viveu a sexta parte da sua existência como criança, um doze avos como jovem e uma sétima parte como adulto solteiro. Seis anos após ter se casado comprou um iate no qual viveu com a esposa por exatamente a metade da sua existência. Vendeu o iate tendo vivido ainda três anos. Quantos anos viveu o cidadão?
a) 56 b) 63 c) 72
d) 84 e) 96

10. (ESAF) Alguns técnicos judiciários de certo Cartório Eleitoral combinaram dividir igualmente entre si um total de 84 processos a serem arquivados. Entretanto, no dia em que o serviço deveria ser executado, dois deles faltaram ao trabalho e, assim, coube a cada um dos presentes arquivar 7 processos a mais que o previsto. Quantos processos cada técnico arquivou?
a) 14 b) 18 c)) 21
d) 24 e) 28

11. (CESGRANRIO) Certa empresa realizou um processo de seleção em três etapas. Metade dos candidatos foi eliminada na primeira etapa. Dos candidatos que participaram da segunda etapa, 2/3 seguiram para a terceira etapa, e, desses, 20% conseguiram o emprego. Se 120 pessoas conseguiram o emprego, quantos candidatos participaram desse processo de
seleção?
a) 1.800 b) 1.500 c) 1.200
d) 900 e) 800

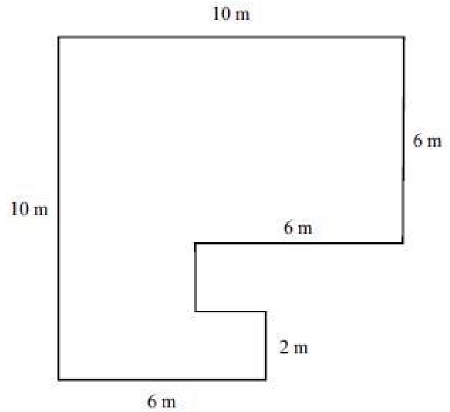
12. A equação do 2º grau $px^2 - 3px + 9 = 0$ terá duas raízes iguais, se:
a) p = 9 b) p = 3 c) p = 0
d) p = 2 e) p = 4

13. (CEF) Em certo momento, o número de funcionários presentes em uma agência bancária era tal que, se ao seu quadrado somássemos o seu quádruplo, o resultado obtido seria 572. Se 10 deles saíssem da agência, o número de funcionários na agência passaria a ser:
a) 12 b) 13 c) 14
d) 15 e) 16

14. (PRF) Um triângulo tem 0,675m² de área e sua altura corresponde a 3/5 da base. A altura do triângulo, em decímetros, é igual a:
a) 0,9 b) 1,5 c) 9,0
d) 15,0 e) 24,0

---

15. (CESPE)



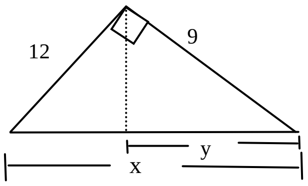
Sabendo-se que todos os ângulos dos vértices do terreno ilustrado na figura acima medem 90º e que o

metro quadrado do terreno custa R$ 120,00, é correto afirmar que o preço desse terreno é
a) superior a R$ 9.900,00 e inferior a R$ 10.100,00.
b) superior a R$ 10.100,00.
c) inferior a R$ 9.500,00.
d) superior a R$ 9.500,00 e inferior a R$ 9.700,00.
e) superior a R$ 9.700,00 e inferior a R$ 9.900,00.

---

16. (BB) A base de um triângulo mede 1 palito mais 3cm e, sua altura 1 palito menos 2cm. Sabendo-se que sua área é de 12cm², quantos centímetros tem a base?
a) 6 b) 8 c) 10
d) 12 e) 15

17. Calcule o valor de **x** e **y** no triângulo retângulo da figura abaixo:
a) x = 15 e y = 5,4
b) x = 18 e y = 4,2
c) x = 15 e y = 4,2
d) x = 18 e y = 5,4



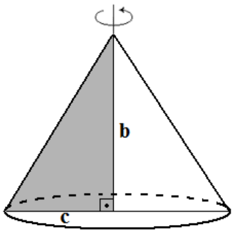
18. (CESPE) Considerando-se que duas caixas, A e B, tenham, ambas, a forma de um paralelepípedo retângulo, que a caixa A tenha arestas que meçam 27 cm, 18 cm e 9 cm, e a caixa B tenha arestas medindo o dobro das arestas da caixa A, é correto afirmar que o volume da caixa B corresponde a
a) 8 vezes o volume da caixa A.
b) 2 vezes o volume da caixa A.
c) 3 vezes o volume da caixa A.
d) 4 vezes o volume da caixa A.
e) 6 vezes o volume da caixa A.

19. Uma seringa tem a forma cilíndrica com 2cm de diâmetro por 8cm de comprimento. Quando o êmbolo se afastar 5cm da extremidade da seringa próxima à agulha, o volume, em ml, de remédio líquido que a seringa pode conter é igual a
a) 10 ml.
b) 15ml.
c) 20 ml.
d) 25 ml.
e) 30 ml.

20. Uma caixa-d'água tem forma cúbica com 1m de aresta e está completamente cheia. Se retirarmos 1 litro de água da caixa, o nível da água baixa:
a) 0,6 cm.
b) 0,4 cm.
c) 0,2 cm.
d) 0,1 cm.
e) 0,05 cm.

21. Os catetos de um triângulo retângulo medem b e c e a sua área mede $2m^2$. O cone obtido pela rotação do triângulo em torno do cateto b, como mostra na figura, tem volume $16\pi m^3$. Com isso, o comprimento do cateto c é de:

a) 16m.
b) 13m.
c) 18m.
d) 14m.
e) 20m.



22. (ESAF) Considerando-se as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a soma dos elementos da diagonal principal da matriz D, definida como produto da matriz transposta de A pela matriz inversa de B, é igual a:
a)-10 b) -2 c) 1
d) 2 e) 10

23. (ESAF) Sejam as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

e seja $\mathbf{x_{i\,j}}$ o elemento genérico de uma matriz X tal que **X = (A.B)**^{t} , isto é, a matriz X é a matriz transposta do produto entre as matrizes **A** e **B**. Assim, a razão entre x_{31} e x_{12} é igual a
a) 2 b) 1/2 c) 3
d) 1/3 e) 1

24. (ESAF) Uma matriz quadrada X de terceira ordem possui determinante igual a 3. Sabendo-se que a matriz Z é a transposta da matriz X, então a matriz Y = 3Z tem determinante igual a:
a) 1/3 b) 3 c) 9
d) 27 e) 81

25. (ESAF) Sabendo-se que a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e que n $\in$ N e n $\geq$ 1 então o determinante da matriz $A^n - A^{n-1}$ é igual a:
a) n b) -1 c) 1
d) 0 e) n-1

26. Calcule o valor de n sabendo que det A = -3:
a) n = 5
b) n = 4
c) n = 7
d) n = 3
e) n = 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ n & 0 & n \end{pmatrix}$$

27. (ESAF) Uma matriz quadrada A, de terceira ordem, possui determinante igual a 5. O determinante da matriz 2A é igual a:
a) 5 b) 10 c) 20
d) 40 e) 80

28. Resolvendo o sistema $\begin{cases} x + y = 27 \\ x + z = 35 \\ y + z = 38 \end{cases}$
a) x = 15
b) z = 15
c) y = 23
d) y = 12
e) x = 12

29. (Banco de Brasil) Dado o sistema de equações acima, os valores das incógnitas x, y e z são, respectivamente:
a) 3, -2 e 1
b) 1, -2 e 3

$$\begin{cases} x + y - z = -4 \\ 2x + y + 2z = 6 \\ 3x - y + z = 8 \end{cases}$$

c) 1, -2 e -3
d) -1, 2 e -3
e) -1, -2 e 3

30. O sistema linear $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 9 \\ x - y + 2z = 2 \\ x + 4y + 2z = 7 \end{cases}$

a) Admite solução única.
b) Admite infinitas soluções.
c) Admite apenas duas soluções.
d) Não admite solução.
e) N.R.A.

31. (ESAF) Considere o sistema

$$\begin{cases} 4x + my = 4 \\ mx + 9y = b \end{cases}$$

Valores de m e b que tornam o sistema possível e indeterminado são:
a) m = 5; b ≠ 6 b) m ≠ 5; b = 6 c) m = 6; b ≠ 6
d) m = 6; b = 6 e) m ≠ 6; b ≠ 6

32. (CESPE) Se, em um município, as seções eleitorais X, Y e Z têm, juntas, 1.500 eleitores; os tempos médios de votação nessas seções são 1 minuto e 30 segundos, 2 minutos e 1 minuto por eleitor, respectivamente; o tempo médio de votação nas três seções é de 2.175 minutos; e o número de eleitores da seção Y é igual à metade da soma do número de eleitores das seções X e Z, então, nesse caso, a seção eleitoral que tem o maior número de eleitores é a X.

CAPÍTULO 08

REVISÃO GERAL CESPE

POLÍCIA CIVIL ES – ESCRIVÃO 2011

Os policiais da delegacia de defesa do consumidor apreenderam, em um supermercado, 19,5 kg de mercadorias impróprias para o consumo: potes de 150 g de queijo e peças de 160 g de salaminho.

Com base nessa situação, julgue os itens a seguir.

01. (CESPE) Suponha que os potes de queijo tenham a forma de um tronco de cone de 7 cm de altura, em que o raio da base maior meça 4 cm e o da base menor, 3 cm. Nesse caso, tomando 3,14 como valor aproximado para B, é correto afirmar que essas embalagens têm capacidade para, no máximo, 250 mL.

02. (CESPE) Se cada pote de queijo era vendido a R$ 9,80 e cada peça de salaminho era vendida a R$ 12,50, e se o prejuízo do supermercado decorrente do impedimento da venda desses produtos foi calculado em R$ 1.427,50, então foram
apreendidos 50 potes de queijo e 75 peças de salaminho.

03. (CESPE) Se 80 potes de queijo foram apreendidos, então foram apreendidos menos de 8 kg de salaminho.

Uma pesquisa de rua feita no centro de Vitória constatou que, das pessoas entrevistadas, 60 não sabiam que a polícia civil do Espírito Santo possui delegacia com sistema online para registro ou denúncia de certos tipos de ocorrência e 85 não sabiam que uma denúncia caluniosa pode levar o denunciante à prisão por 2 a 8 anos, além do pagamento de multa. A partir dessas informações, julgue o item seguinte.

04. (CESPE) Considerando-se que também foi constatado que 10 dos entrevistados não sabiam do canal de comunicação online nem das penalidades cabíveis a denúncias caluniosas, é correto concluir que 135 pessoas não tinham conhecimento de pelo menos uma dessas questões.

Para o bom desempenho das funções dos agentes, os departamentos de polícia frequentemente realizam compras de equipamentos. Para certa compra licitada, um fabricante ofereceu 6 modelos de radiotransmissores. Com base nessa situação, julgue o item que se segue.

05. (CESPE) Suponha que, para cada lote de 3 radiotransmissores de determinado modelo, a probabilidade de 1 deles apresentar defeito é 0,25, de 2 deles apresentarem defeito é 0,025, e de 3 apresentarem defeito é 0,0005. Nessa situação, considerando-se que, se pelo menos 1 dos radiotransmissores de um lote apresentar defeito, todo o lote será rejeitado, é correto afirmar que a probabilidade de se rejeitar um lote é inferior a 25%.

Para descobrir qual dos assaltantes — Gavião ou Falcão —
ficou com o dinheiro roubado de uma agência bancária, o delegado constatou os seguintes fatos:

F1 – se Gavião e Falcão saíram da cidade, então o dinheiro não ficou com Gavião;
F2 – se havia um caixa eletrônico em frente ao banco, então o dinheiro ficou com Gavião;
F3 – Gavião e Falcão saíram da cidade;
F4 – havia um caixa eletrônico em frente ao banco ou o dinheiro foi entregue à mulher de Gavião.

Considerando que as proposições F1, F2, F3 e F4 sejam verdadeiras, julgue os itens subsequentes, com base nas regras de dedução.

06. (CESPE) A negação da proposição F4 é logicamente equivalente à proposição “Não havia um caixa eletrônico em frente ao banco ou o dinheiro não foi entregue à mulher de Gavião”.

07. (CESPE) A proposição “O dinheiro foi entregue à mulher de Gavião” é verdadeira.

08. (CESPE) A proposição F2 é logicamente equivalente à proposição “Se o dinheiro não ficou com Gavião, então não havia um caixa eletrônico em frente ao banco”.

Um argumento constituído por uma sequência de três proposições — P1, P2 e P3, em que P1 e P2 são as premissas e P3 é a conclusão — é considerado válido

se, a partir das premissas P1 e P2, assumidas como verdadeiras, obtém-se a conclusão P3, também verdadeira por consequência lógica das premissas. A respeito das formas válidas de argumentos, julgue os próximos itens.

09. (CESPE) Considere a seguinte sequência de proposições:

P1 – Existem policiais que são médicos.
P2 – Nenhum policial é infalível.
P3 – Nenhum médico é infalível.

Nessas condições, é correto concluir que o argumento de premissas P1 e P2 e conclusão P3 é válido.

10. (CESPE) Se as premissas P1 e P2 de um argumento forem dadas, respectivamente, por “Todos os leões são pardos” e “Existem gatos que são pardos”, e a sua conclusão P3 for dada por “Existem gatos que são leões”, então essa sequência de proposições constituirá um argumento válido.

01. E	02. C	03. C	04. C	05. E
06. E	07.C	08. C	09. E	10. E

PREVIC – ANALISTA ADM. 2011

Considere que P, Q e R sejam proposições simples que possam ser julgadas como verdadeiras (V) ou falsas (F). Com relação às operações lógicas de negação (~), conjunção ($\wedge$), disjunção ($\vee$) e implicação ($\rightarrow$), julgue os itens subsecutivos.

11. (CESPE) A proposição $(P \vee Q) \rightarrow (Q \wedge P)$ é uma tautologia.

12. (CESPE) O número de linhas da tabela-verdade da proposição $(P \wedge Q \rightarrow R)$ é inferior a 6.

13. (CESPE) Se a proposição P for falsa, então a proposição $P \rightarrow (Q \vee R)$ será uma proposição verdadeira.

Considerando que, em uma concessionária de veículos, tenha sido verificado que a probabilidade de um comprador adquirir um carro de cor metálica é 1,8 vez maior que a de adquirir um carro de cor sólida e sabendo que, em determinado período, dois carros foram comprados, nessa concessionária, de forma independente, julgue os itens a seguir.

14. (CESPE) A probabilidade de que ao menos um dos dois carros comprados seja de cor sólida é igual a 460/784.

15. (CESPE) A probabilidade de que os dois carros comprados sejam de cor metálica é 3,24 vezes maior que a probabilidade de que eles sejam de cor sólida.

16. (CESPE) A probabilidade de que somente um dos dois carros comprados seja de cor metálica é superior a 50%.

11. E	12. E	13. C
14. C	15. C	16. E

EMPRESA BRASIL DE COMUNICAÇÃO ANALISTA 2011

Considere que, no argumento apresentado abaixo, as proposições P, Q, R e S sejam as premissas e T, a conclusão.

P: Jornalistas entrevistam celebridades ou políticos.
Q: Se jornalistas entrevistam celebridades, então são irônicos ou sensacionalistas.
R: Ou são irônicos, ou perspicazes.
S: Ou são sensacionalistas, ou sagazes.
T: Se jornalistas são perspicazes e sagazes, então entrevistam políticos.

A respeito dessas proposições, julgue os itens seguintes.

17. (CESPE) Caso sejam falsas as proposições “Jornalistas são perspicazes” e “Jornalistas são sagazes”, então também será falsa a conclusão do argumento.

18. (CESPE) A proposição Q é logicamente equivalente a “Se jornalistas entrevistam celebridades e não são irônicos, então são sensacionalistas”.

19. (CESPE) A conclusão do argumento é uma proposição logicamente equivalente a “Jornalistas não são perspicazes ou não são sagazes ou entrevistam políticos”.

20. (CESPE) Suponha que as proposições “Jornalistas são irônicos” e “Jornalistas são sensacionalistas” sejam falsas. Nesse caso, também será falsa a proposição “Se jornalistas entrevistam celebridades, são irônicos ou sensacionalistas”.

Em pesquisa acerca dos hábitos dos brasileiros de se informarem, foram entrevistadas 12 mil pessoas em todas as unidades da Federação, e o resultado foi o seguinte:

- 46% dos entrevistados leem jornal e, entre estes, 25%
  têm o hábito de ler jornal todos os dias e 30% o fazem em apenas um dia da semana;
- 35% leem revista;
- 97% assistem TV;
- 80% ouvem rádio;
- 46% acessam a Internet.

Tendo como referência as informações acima, julgue os itens a seguir.

21. (CESPE) A partir das informações apresentadas, é correto inferir que o número dos entrevistados que apenas leem jornal é igual ao número dos que apenas acessam a Internet.

22. (CESPE) Se não houvesse entrevistados que usassem exatamente dois entre os veículos jornal,

revista e Internet, o percentual dos que usam esses três veículos para se informar seria superior a 13%.

23. (CESPE) A partir das informações apresentadas, é correto inferir que, entre jornal, revista e Internet, o percentual dos entrevistados que usam mais de um desses veículos para se informarem é inferior a 65%.

24. (CESPE) Selecionando-se ao acaso um dos entrevistados, a probabilidade de ele ter o hábito de ler jornal todos os dias da semana é superior a 11%.

25. (CESPE) Se todos os entrevistados assistem TV ou ouvem rádio, então a probabilidade de um desses, selecionado ao acaso, utilizar esses dois veículos para se informar é superior a 3/4.

17. E	18. C	19. C	20. E	21. E
22. C	23.C	24. C	25. C	

BANCO DA AMAZÔNIA
TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO 2011

Julgue os itens seguintes a respeito de permutação e lógica
sentencial.

26. (CESPE) Considerando que o anagrama da palavra ALARME seja uma permutação de letras dessa palavra, tendo ou não significado na linguagem comum, a quantidade de anagramas distintos dessa palavra que começam por vogal é 360.

27. (CESPE) A sentença “como hoje o alarme não foi acionado, então José não foi ao banco e os sensores não estavam ligados” é logicamente equivalente a “se José foi ao banco ou os sensores estavam ligados, então hoje o alarme foi acionado”.

Suponha que um banco tenha um cartão especial para estudantes, que já venha com senha de 4 algarismos escolhidos de 0 a 9 e atribuídos ao acaso. Com relação a essa situação, julgue os itens subsequentes.

28. (CESPE) Ao se realizar todas as combinações possíveis, com os algarismos 2 e 1 juntos, nessa ordem, obtêm-se, no máximo, 192 senhas diferentes.

29. (CESPE) Podem-se obter 2.016 senhas em que o 0 é, necessariamente, um, e somente um, dos algarismos e os outros 3 algarismos são distintos.

30. (CESPE) Ao se utilizar somente os algarismos 1, 3, 4 e 7, podem-se obter 12 senhas de algarismos distintos e que não sejam maiores que 4.173.

31. (CESPE) Dizer que “todas as senhas são números ímpares” é falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que “pelo menos uma das senhas não é um número ímpar”.

Considerando que, dos 100 candidatos aprovados em um concurso, 30 sejam mulheres, sendo que apenas 20% delas têm idade acima de 30 anos; e, entre os homens, 40% têm idade acima de 30 anos, julgue os itens que se seguem.

32. (CESPE) Selecionando-se, entre os referidos candidatos, somente homens com idade acima de 30 anos, é possível formar mais de 20.000 grupos, não ordenáveis, de quatro candidatos.

33. (CESPE) Se forem separadas somente as mulheres acima de 30 anos e 10% dos homens, então será possível formar 525 grupos diferentes de 5 pessoas, compostos por 3 homens e 2 mulheres.

34. (CESPE) Se um candidato tiver de escolher, em ordem de preferência, 7 cidades para trabalhar, entre 10 apresentadas pelo banco, então haverá mais de 144 opções de escolha para esse candidato.

35. (CESPE) A negação da proposição “se Paulo está entre os 40% dos homens com mais de 30 anos, então Luísa tem mais de 30 anos” é “se Paulo não está entre os 40% dos homens com mais de 30 anos, então Luísa não tem mais de 30 anos”.

26. E	27. C	28. E	29. C	30. C
31. C	32.C	33. C	34. C	35. E

GABARITOS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

CAPÍTULO 01 – DIAGRAMAS LÓGICOS

01. D	02. C	03. E	04. E	05. B	06. E
07. C	08. C	09. E	10. A	11. D	12. E
13. D	14. B	15. C	16. D	17. A	

CAPÍTULO 02 – LÓGICA PROPOSICIONAL

01. (*)	02. (**)	03. E	04. F
05. B	06. E	07. VVVFV	08. B
09. E	10. D	11. F	12. D
13. D	14. F	15. F	16. C
17. V	18. B	19. F	20. V
21. A	22. A	23. E	24. C
25. A	26. V	27. F	

(*) a) sim	b) sim	c) não	d) não
e) não	f) sim	g) sim	h) não
i) não	j) não	l) não	m) não
n) não	o) sim		

(**) a) F	b) V	c) F	d) V
e) V	f) V	g) V	h) F
i) V	j) V	l) F	m) F
n) F			

CAPÍTULO 03 – LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO

01. E	02. C	03. A	04. B
05. C	06. C	07. B	08. F
09. C	10. V	11. B	12. F
13. D	14. E	15. D	16. A
17. E	18. C	19. C	20. F
21. V	22. A	23. V	24. F

CAPÍTULO 04 – PRINCÍPIOS DE CONTAGEM

01. V	02. A	03. C	04. B

05. C	06. D	07. D	08. A
09. V	10. B	11. D	12. B
13. F	14. D	15. C	16. D
17. V	18. A	19. B	20. F
21. D	22. A	23. B	24.B
25. F			

CAPÍTULO 05 – PROBABILIDADE

01. C	02. F	03. E	04. E
05. B	06. 6/13	07. 3/8	08. F
09. D	10. 4/9	11. A	12. B
13. A	14. B	15. D	16. C
17. E	18. C	19. 7/12	20. D
21. A	22. A	23. E	24.D

CAPÍTULO 06 – OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

01. A	02. D	03. C	04. A
05. 450	06. 120	07. 18 e 12	08. A
09. D	10. A	11. A	12. 19
13. 12	14. 36	15. D	16. 410
17. 6	18. C		

CAPÍTULO 07 – PROBLEMAS ARITMÉTICOS, GEOMÉTRICOS E MATRICIAIS

01. C	02. D	03. C	04. B
05. A	06. E	07. E	08. A
09. D	10. C	11. A	12. E
13. A	14. C	15. D	16. B
17. A	18. A	19. B	20. D
21. D	22. B	23. A	24. E
25. D	26. E	27. D	28. E
29. B	30. B	31. C	32. F